

INSTITUTO FEDERAL

Sertão Pernambucano

Campus Petrolina Zona Rural

Aula 13

Sistema de tubulações

Prof. José Sebastião Costa de Sousa

Dr. Engenharia Agrícola

CPZR/IFSertãoPE

Sumário

- ✓ Tubulações equivalentes,
- ✓ Problema dos 3 reservatórios,
- ✓ Vazão em marcha.



CLASSES DE DIÂMETRO E PRESSÃO DE ALGUMAS TUBULAÇÕES DE PVC

	PN	40	60	80	125	40	60	80	125
DN	De	e (mm)				Di (mm)			
35	38,1	1,2	1,4	1,9	2,8	35,7	35,3	34,3	32,5
50	50,5	1,2	1,4	1,9	2,8	48,1	47,7	46,7	44,9
75	75,5	1,5	2,0	2,5	3,4	72,5	71,5	70,5	68,7
100	101,6	2,0	2,8	3,6	4,6	97,6	96,0	94,4	92,4
125	125,0	2,5	3,4	4,2	5,6	120,0	118,2	116,6	113,8
150	150,0	3,0	4,0	5,0	6,6	144,0	142,0	140,0	136,8
200	200,0	3,5	4,4	5,4	8,0	193,0	191,2	189,2	184,0

DN – diâmetro nominal

PN – pressão nominal

De – diâmetro externo

e – espessura da parede do tubo

Di – diâmetro interno

Tubulação equivalente:

Mesma perda de carga (ΔH).

$$\Delta H = 0,0827 \times f \times \frac{Q^2}{D^5} \times L \quad \text{Para eq. Universal}$$

As tub. 1 e 2 serão equivalentes se $\Delta H_1 = \Delta H_2$

Fazendo:

$$K' = 0,0827 \times f \Rightarrow \Delta H = \frac{K' \times Q^2 \times L}{D^5}$$

$$\frac{K_1' \times Q^2 \times L_1}{D_1^5} = \frac{K_2' \times Q^2 \times L_2}{D_2^5}$$

$$L_2 = L_1 \times \frac{f_1}{f_2} \times \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5 \quad \text{Para eq. Universal}$$

$$L_2 = L_1 \times \frac{C_1}{C_2} \times \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{4,87} \quad \text{Eq. Hazen-Williams}$$

Tub.1 - ΔH_1 funç. [D_1 , L_1 , Q]

Tub.2 - ΔH_2 funç. [D_2 , L_2 , Q]

Ex. Determine o comprimento que um conduto de 150 mm deve ter para ser equivalente a outro de 300 mm com 500 m de comprimento. Considerar coeficientes de atrito iguais.

$$L_2 = 500 \times \left(\frac{150}{300}\right)^5 = 15,63 \text{ m}$$

Eq. Universal

Meramente teórico
já que $f_1 \neq f_2$

$$L_2 = 500 \times \left(\frac{150}{300}\right)^{4,87} = 17,10 \text{ m}$$

Hazen-Williams

$$L_2 = 500 \times \left(\frac{150}{300}\right)^{4,75} = 18,58 \text{ m}$$

Flamant

Tubulações em série e paralelo.

Podem ser substituídas por tubulações fictícias equivalentes

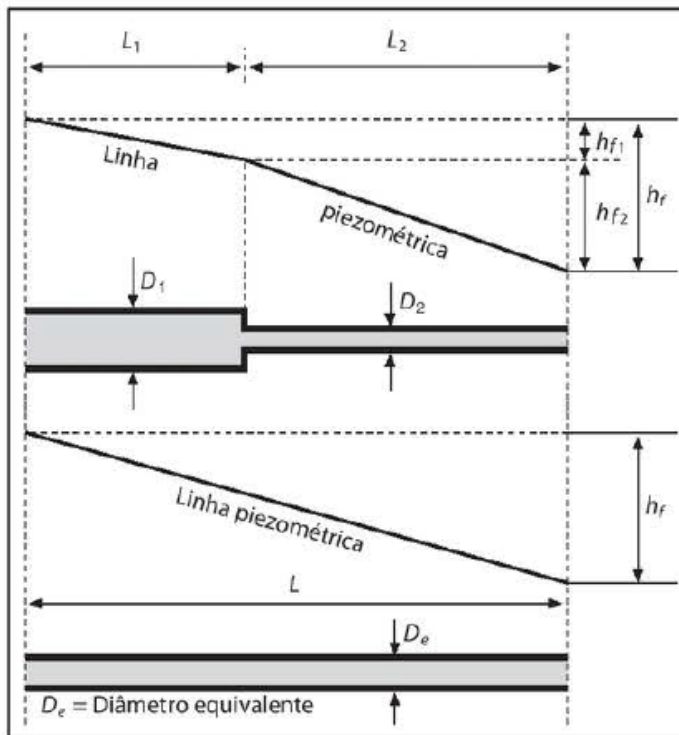
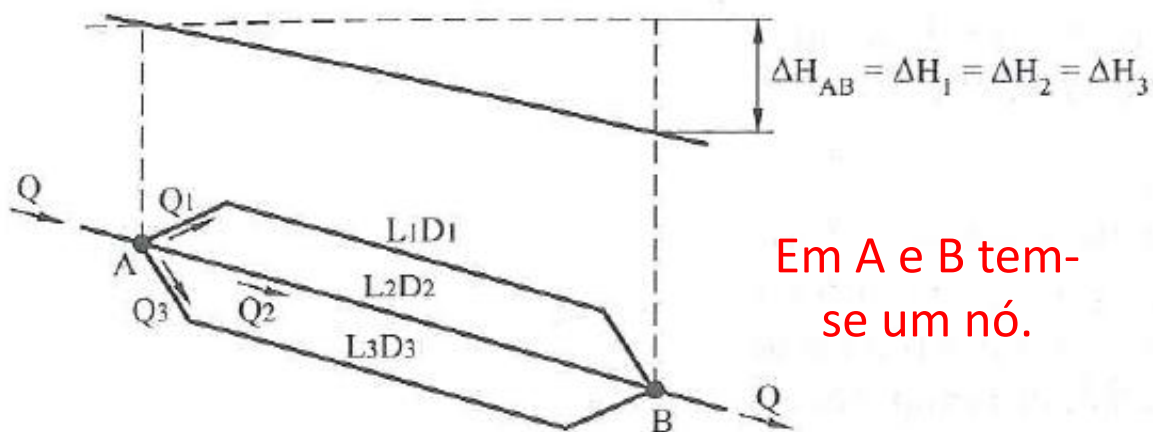


Figura A-13.2.2-a – Tubulação em série.

Fonte: Azevedo Netto et al. (2018).

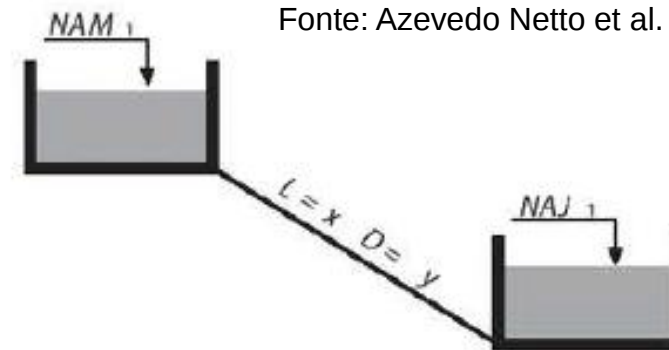


Em A e B tem-se um nó.

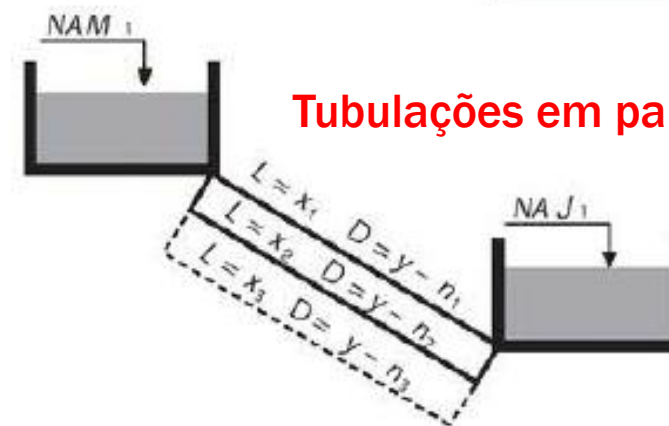
Figura 4.8 Tubulações em paralelo.

Fonte: Porto (2006).

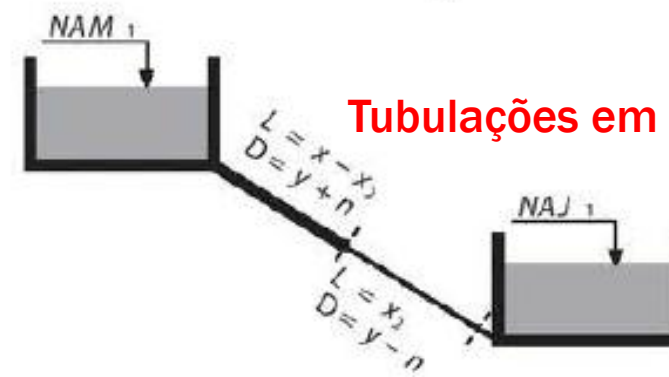
Fonte: Azevedo Netto et al. (2018).



Tubulações em paralelo



Tubulações em série



Fonte: Azevedo Netto et al. (2018).

Figura A-13.2-a – Sistemas de tubulações equivalentes.

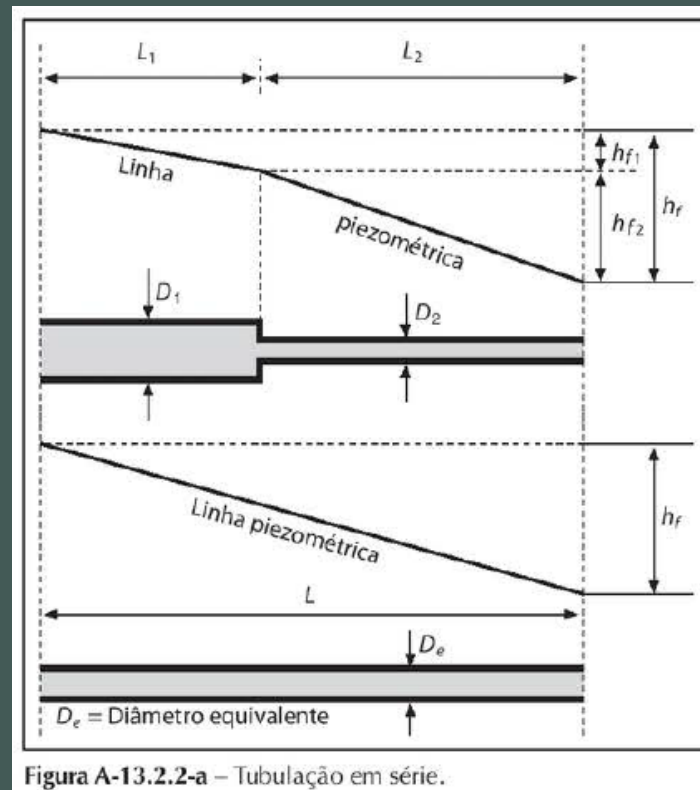
Tubulações em série e paralelo.

Tubulação em série (Q const.) – Regra de Dupuit p/ Eq. Universal.

$$\Delta H = \frac{L \times K_e'}{D_e^5} = \frac{L_1 \times K_1'}{D_1^5} + \frac{L_2 \times K_2'}{D_2^5} + \dots$$

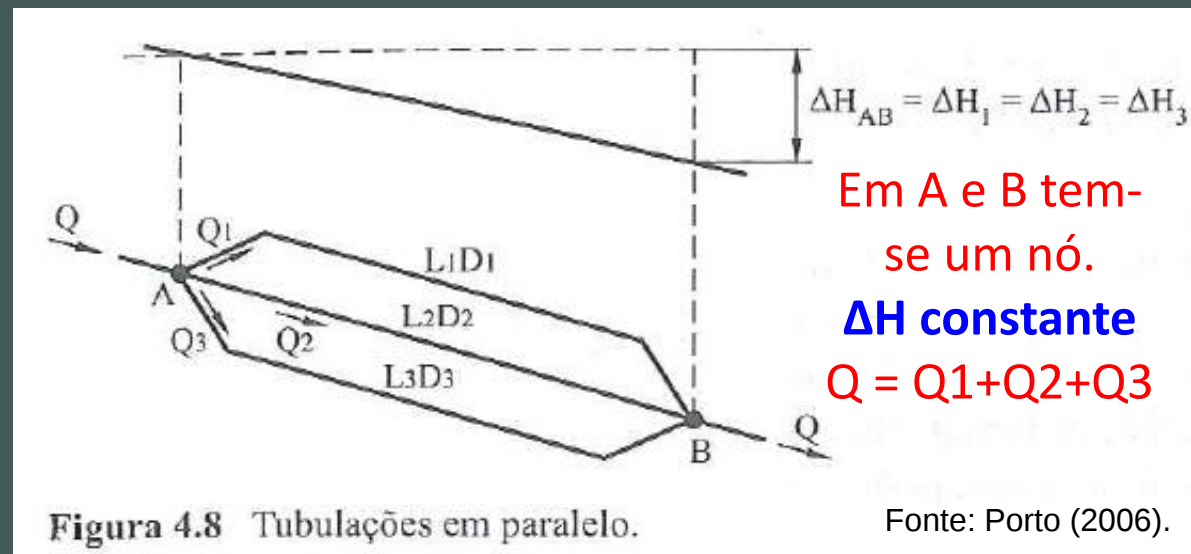
Tubulação em paralelo (ΔH const.)

$$Q = \sqrt{\frac{D_e^5}{L \times K_e'}} = \sqrt{\frac{D_1^5}{L_1 \times K_1'}} + \sqrt{\frac{D_2^5}{L_2 \times K_2'}} + \dots$$



Q constante
 $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$

Fonte: Azevedo Netto et al. (2018).

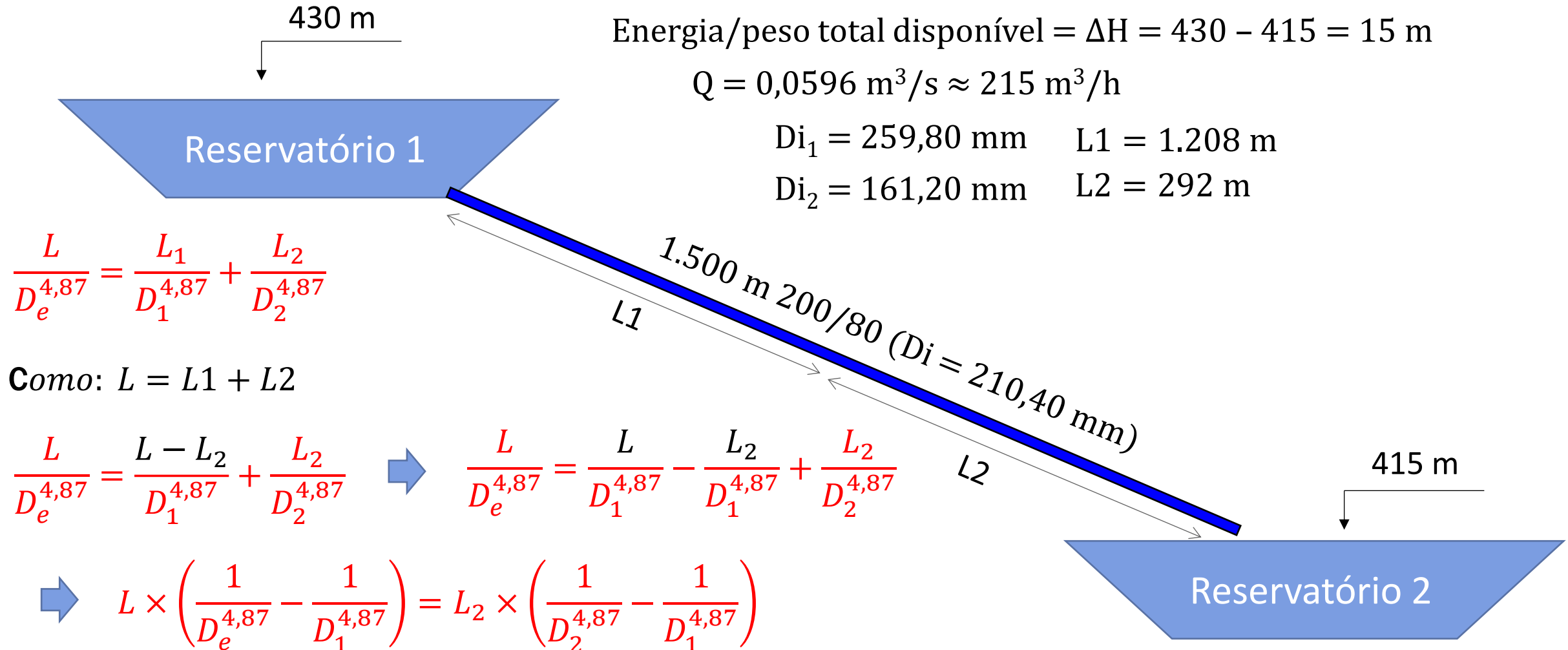


Em A e B tem-se um nó.

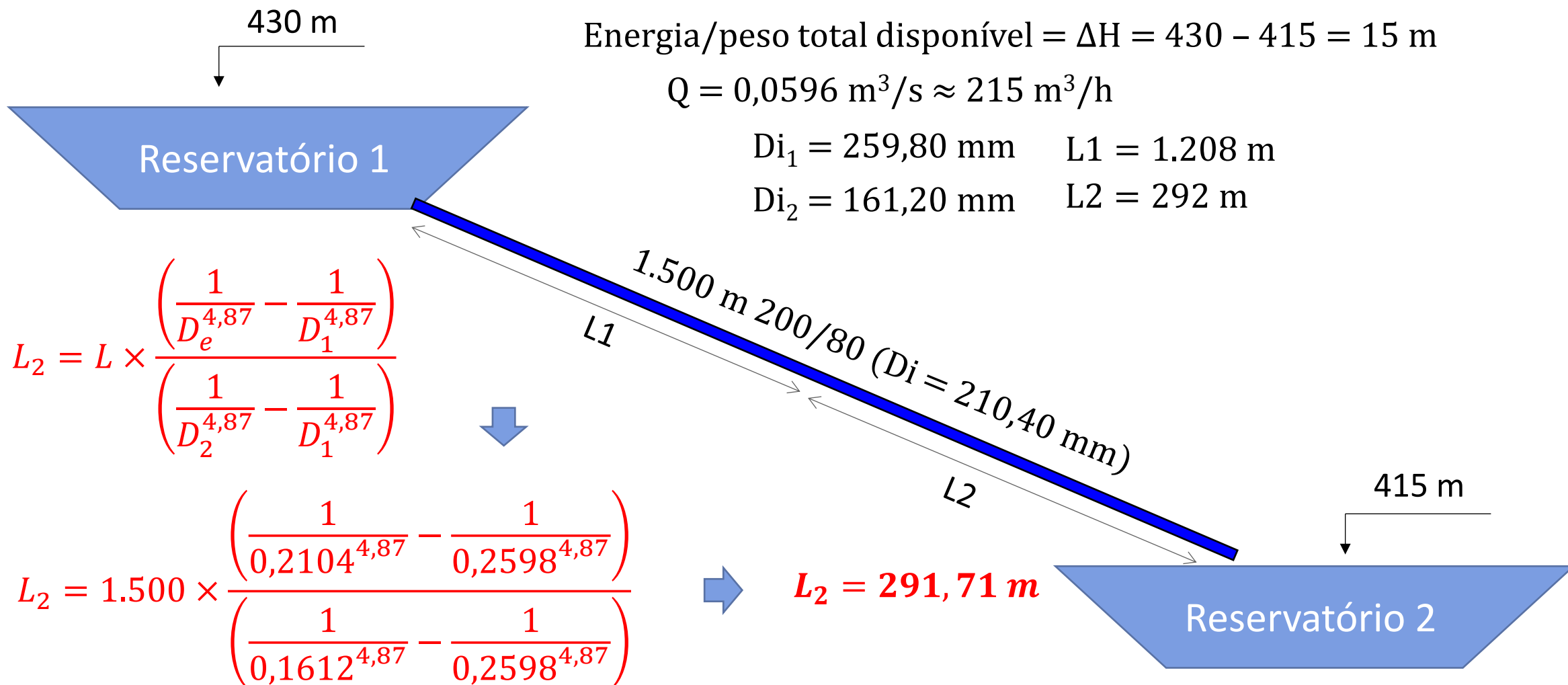
ΔH constante
 $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Fonte: Porto (2006).

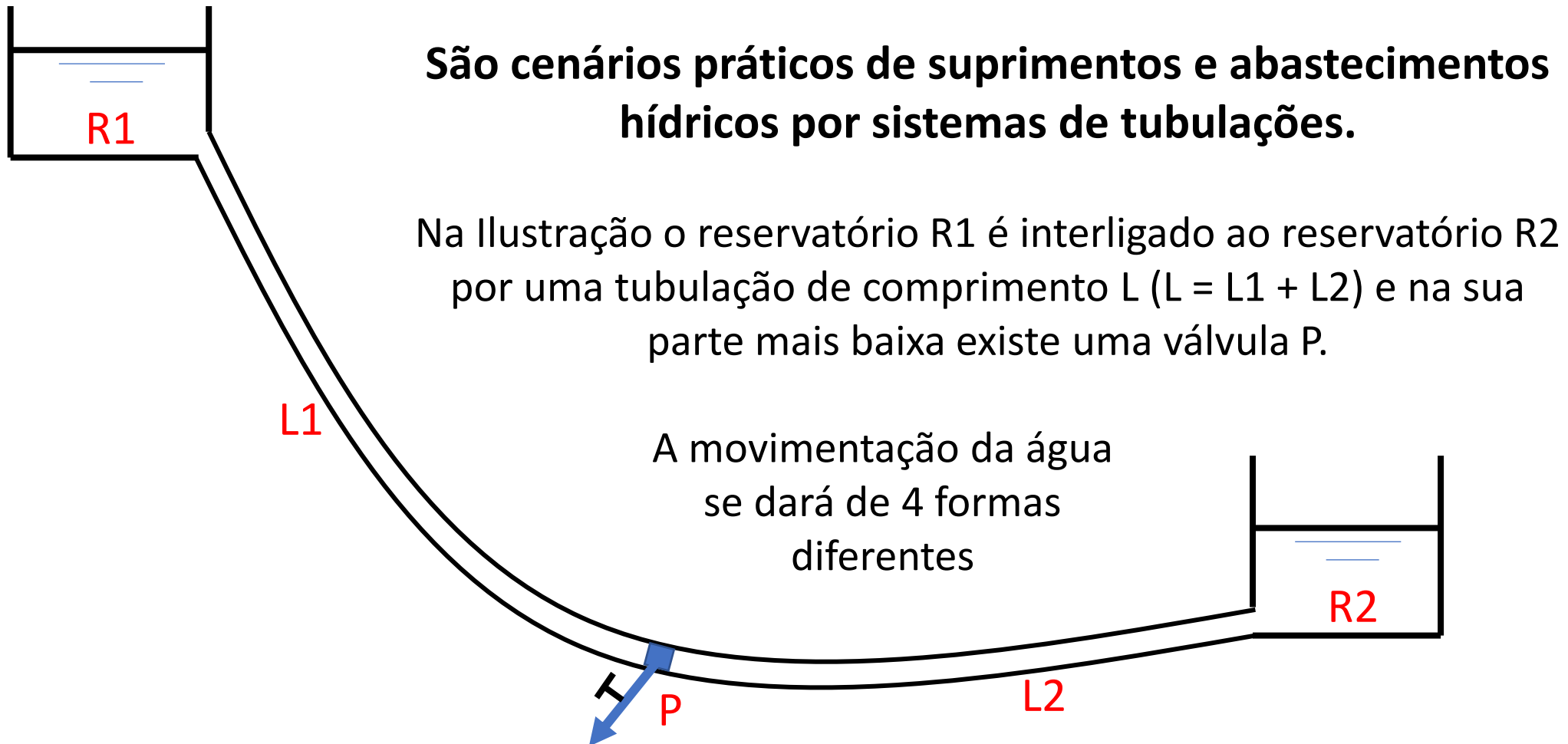
APLICAÇÃO PARA ESTE EXEMPLO: Considere que se queira substituir a tubulação de 200 mm (exemplo de aula anterior) por dois trechos um com tubos de 250 mm e o outro com tubos de 150 mm. Quantos metros de cada tubo deve ser usado para manter a mesma vazão?



APLICAÇÃO PARA ESTE EXEMPLO: Considere que se queira substituir a tubulação de 200 mm (exemplo de aula anterior) por dois trechos um com tubos de 250 mm e o outro com tubos de 150 mm. Quantos metros de cada tubo deve ser usado para manter a mesma vazão?



Problema dos reservatórios interligados



Problema dos reservatórios interligados.

Típicos problemas de cálculos aplicados a cenários práticos de alimentação e descargas em pontos diversos do sistema de tubulações.

Na Figura: R1 – Reservatório mais alto; R2 – mais baixo. No ponto 0 existe uma válvula (P), com descarga para a atmosfera.

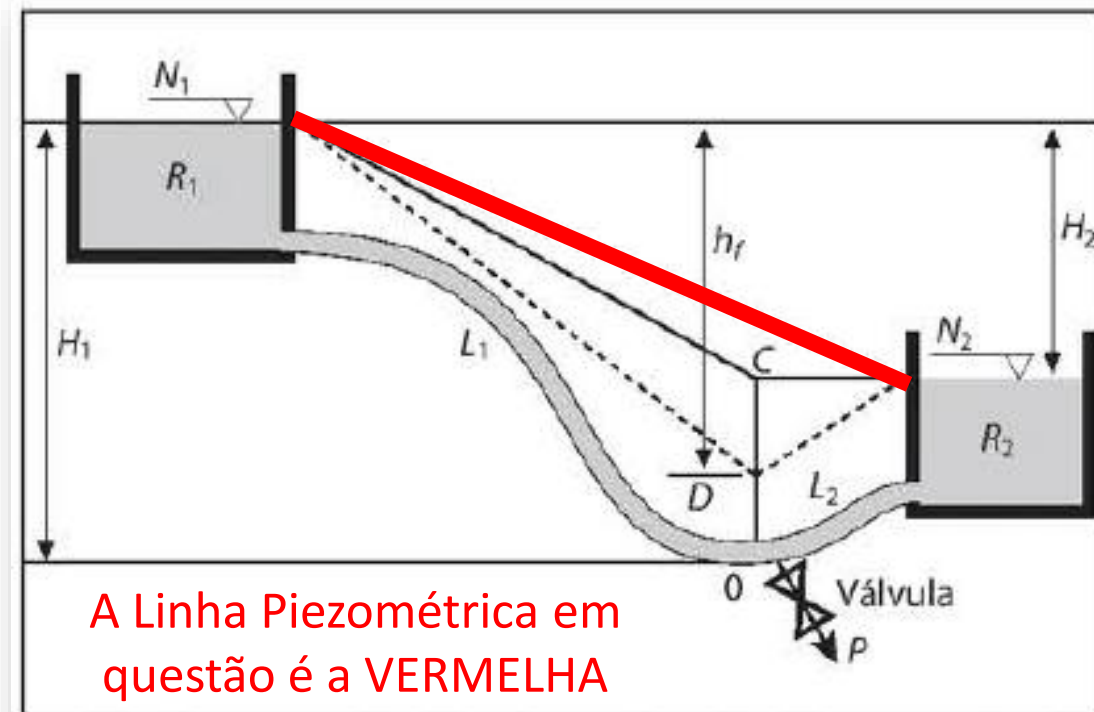
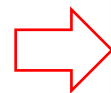


Figura A-13.3.1-a – Esquema de dois reservatórios.

1. **Válvula fechada** – R1 abastece R2 (linha piezométrica superior).

As 4 situações possíveis de ocorrência:

Problema dos reservatórios interligados.

Típicos problemas de cálculos aplicados a cenários práticos de alimentação e descargas em pontos diversos do sistema de tubulações.

Na Figura: R1 – Reservatório mais alto; R2 – mais baixo. No ponto 0 existe uma válvula (P), com descarga para a atmosfera.

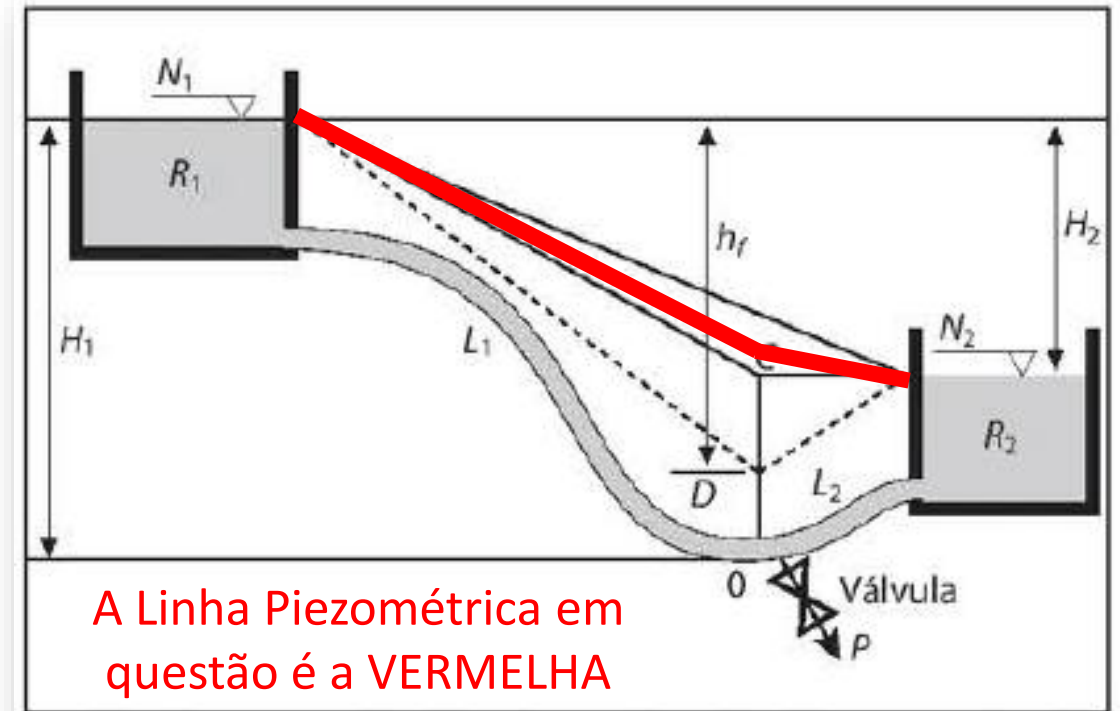
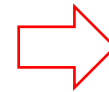


Figura A-13.3.1-a – Esquema de dois reservatórios.

As 4 situações possíveis de ocorrência:

1. **Válvula fechada** – R1 abastece R2 (linha piezométrica superior).
2. **Válvula parcialmente aberta** de tal forma que R1 abasteça R2 e também haja saída de água pela válvula (linha piezométrica vermelha).

Problema dos reservatórios interligados.

Típicos problemas de cálculos aplicados a cenários práticos de alimentação e descargas em pontos diversos do sistema de tubulações.

Na Figura: R1 – Reservatório mais alto; R2 – mais baixo. No ponto 0 existe uma válvula (P), com descarga para a atmosfera.

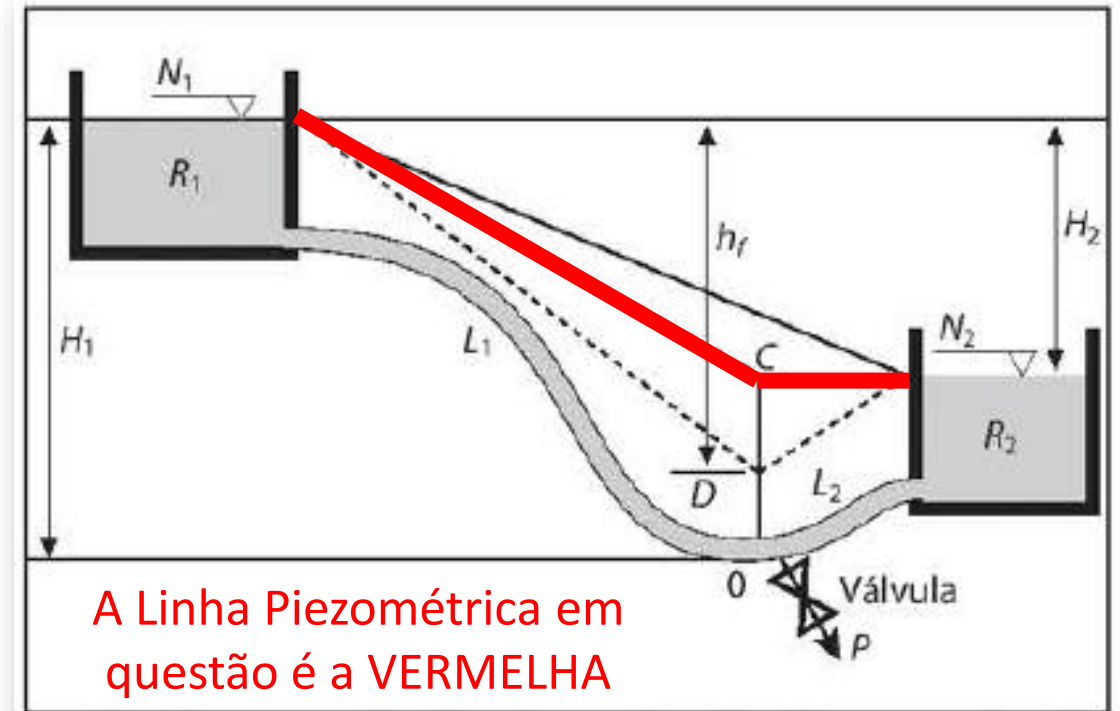
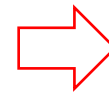


Figura A-13.3.1-a – Esquema de dois reservatórios.

As 4 situações possíveis de ocorrência:

1. **Válvula fechada** – R1 abastece R2 (linha piezométrica superior).
2. **Válvula parcialmente aberta** de tal forma que R1 abasteça R2 e também haja saída de água pela válvula (linha piezométrica vermelha).
3. **Válvula aberta** com descarga tal que toda a vazão de R1 saia pela válvula e R2 não receba nem descarregue água.

Problema dos reservatórios interligados.

Típicos problemas de cálculos aplicados a cenários práticos de alimentação e descargas em pontos diversos do sistema de tubulações.

Na Figura: R1 – Reservatório mais alto; R2 – mais baixo. No ponto 0 existe uma válvula (P), com descarga para a atmosfera.

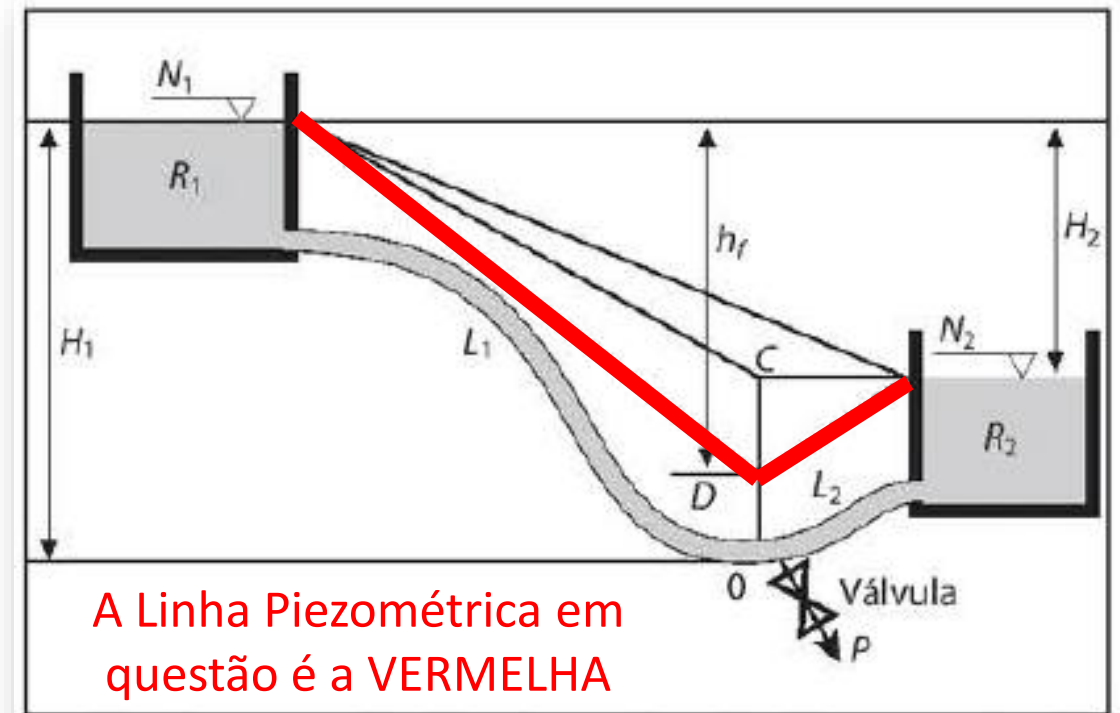
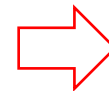
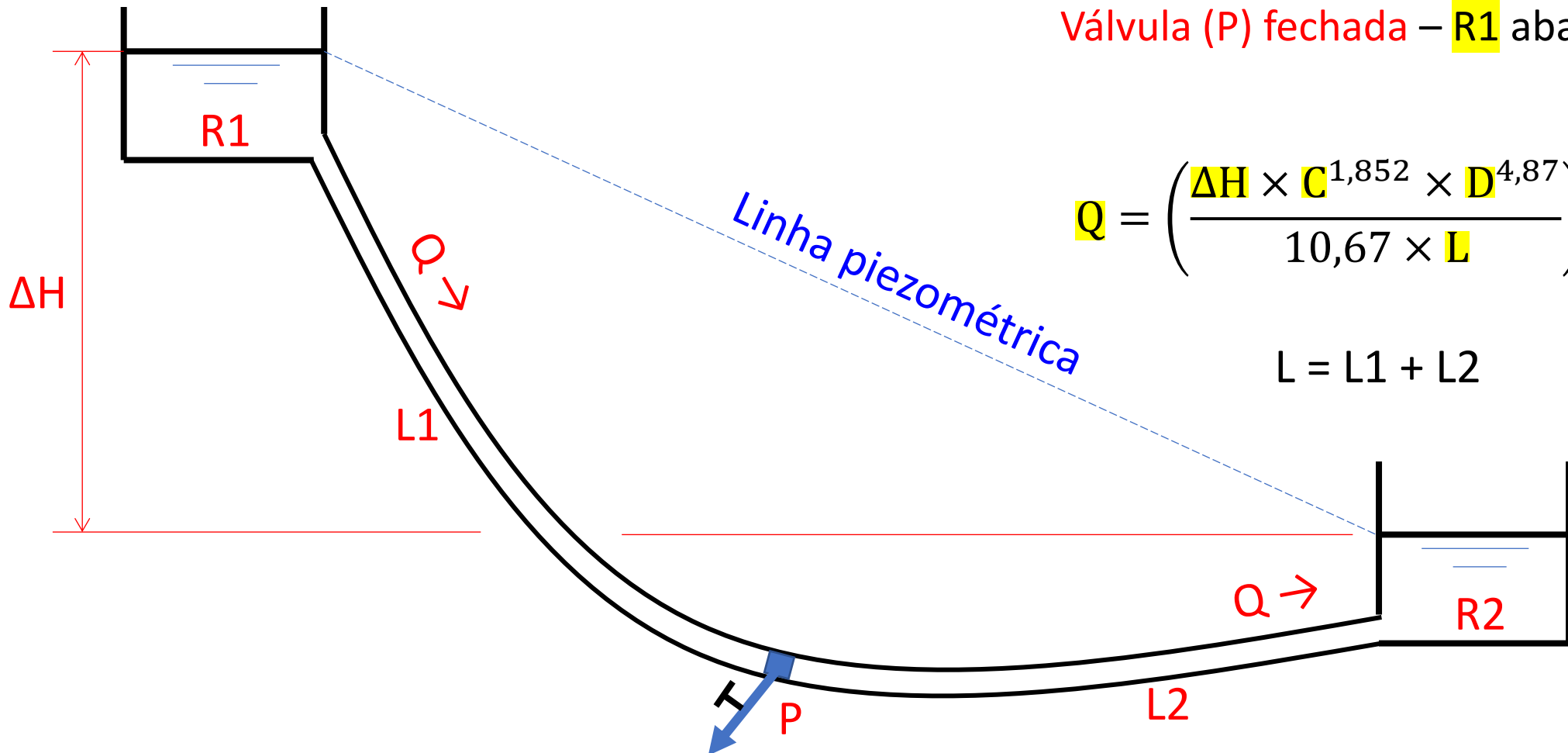


Figura A-13.3.1-a – Esquema de dois reservatórios.

As 4 situações possíveis de ocorrência:

1. **Válvula fechada** – R1 abastece R2 (linha piezométrica superior).
2. **Válvula parcialmente aberta** de tal forma que R1 abasteça R2 e também haja saída de água pela válvula (linha piezométrica vermelha).
3. **Válvula aberta** com descarga tal que toda a vazão de R1 saia pela válvula e R2 não receba nem descarregue água.
4. **Válvula aberta** com R1 e R2 gerando vazão para a válvula. Linha piezométrica tracejada. Maior descarga em P quando as linhas piezométr. passarem em 0.

Situação 1:

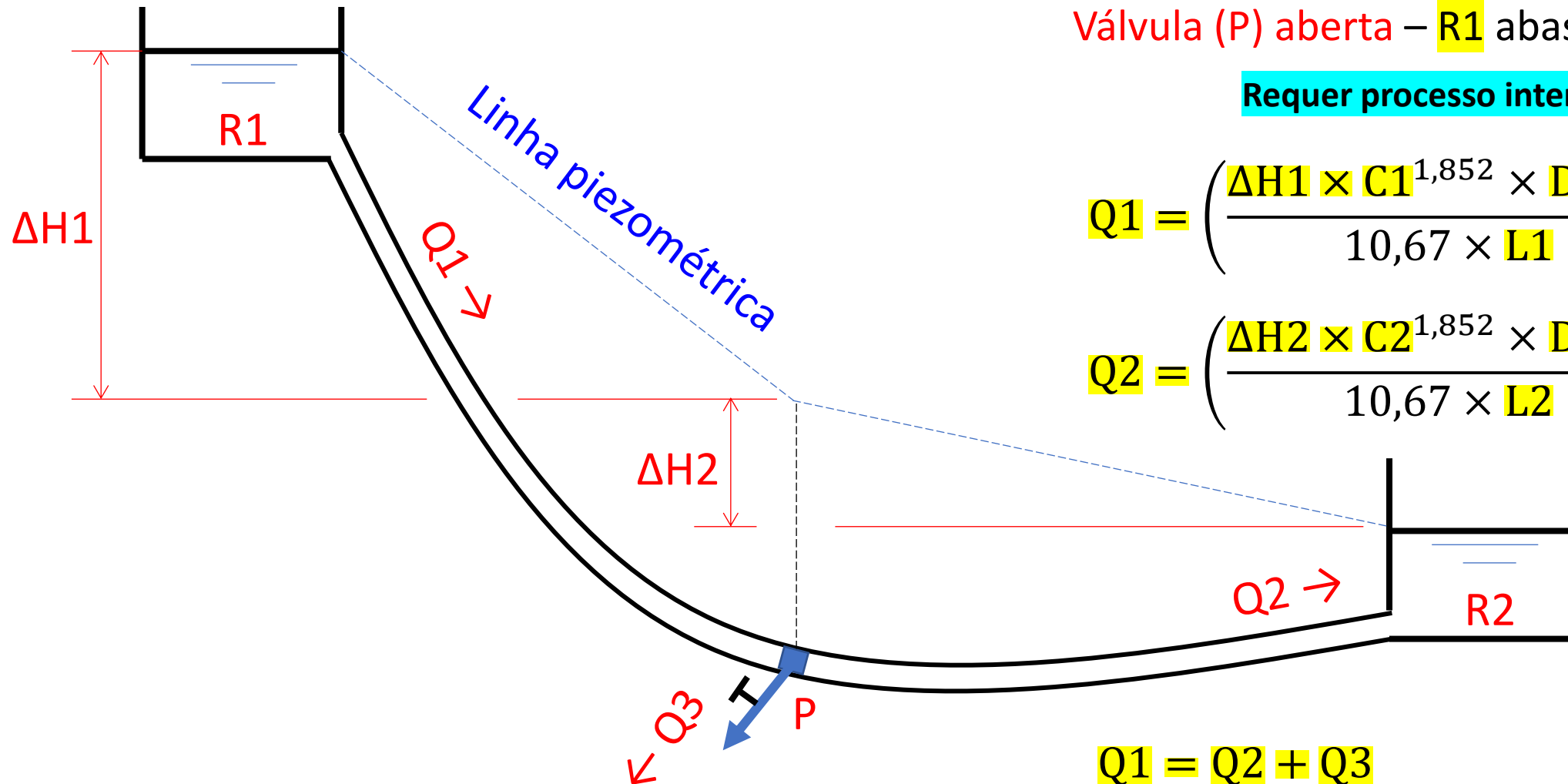


Válvula (P) fechada – R1 abastece R2.

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times C^{1,852} \times D^{4,87}}{10,67 \times L} \right)^{1/1,852}$$

$$L = L1 + L2$$

Situação 2:



Válvula (P) aberta – R1 abastece R2 e P.

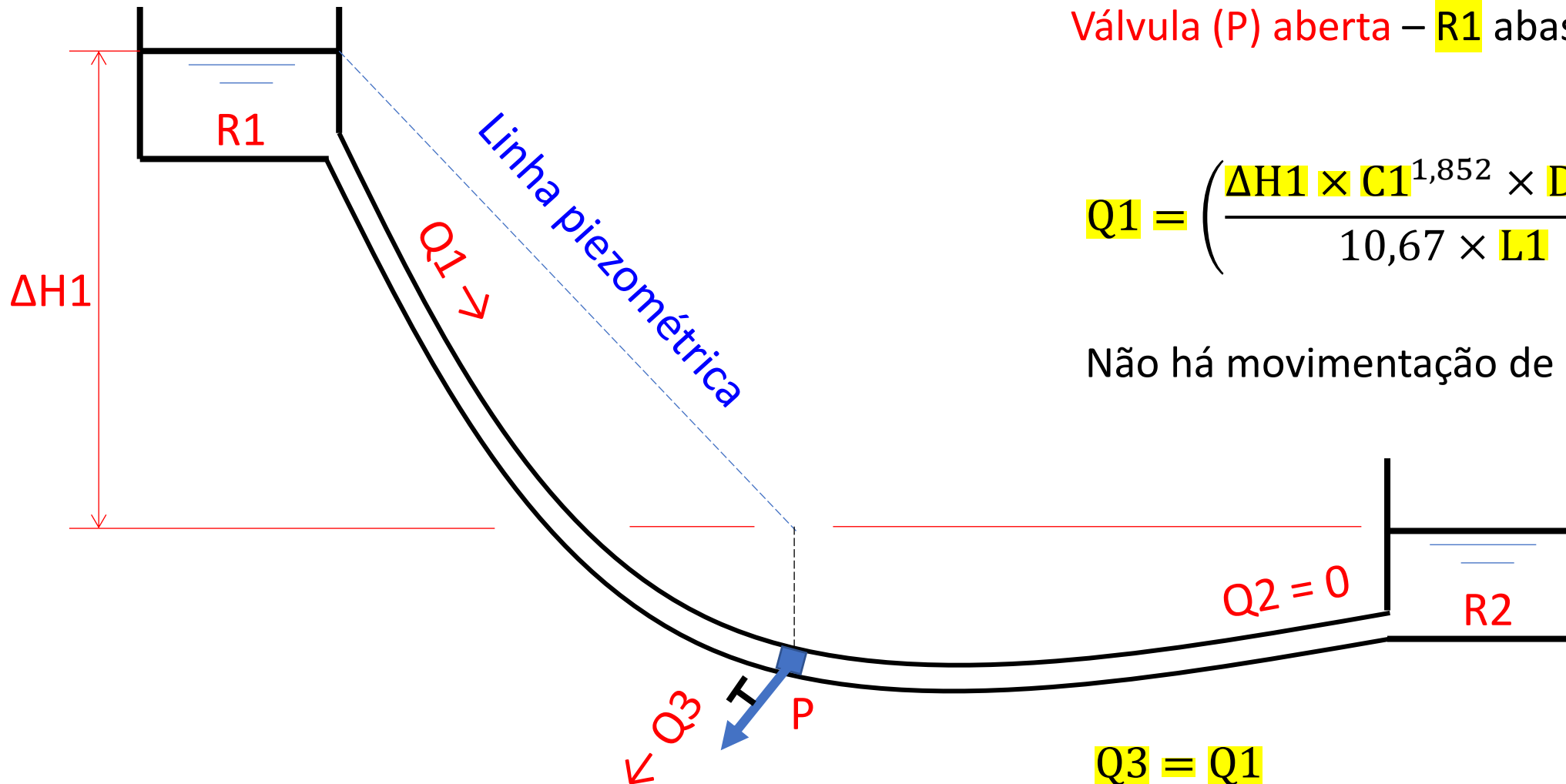
Requer processo iterativo

$$Q1 = \left(\frac{\Delta H1 \times C1^{1,852} \times D1^{4,87}}{10,67 \times L1} \right)^{1/1,852}$$

$$Q2 = \left(\frac{\Delta H2 \times C2^{1,852} \times D2^{4,87}}{10,67 \times L2} \right)^{1/1,852}$$

$$Q1 = Q2 + Q3$$

Situação 3:

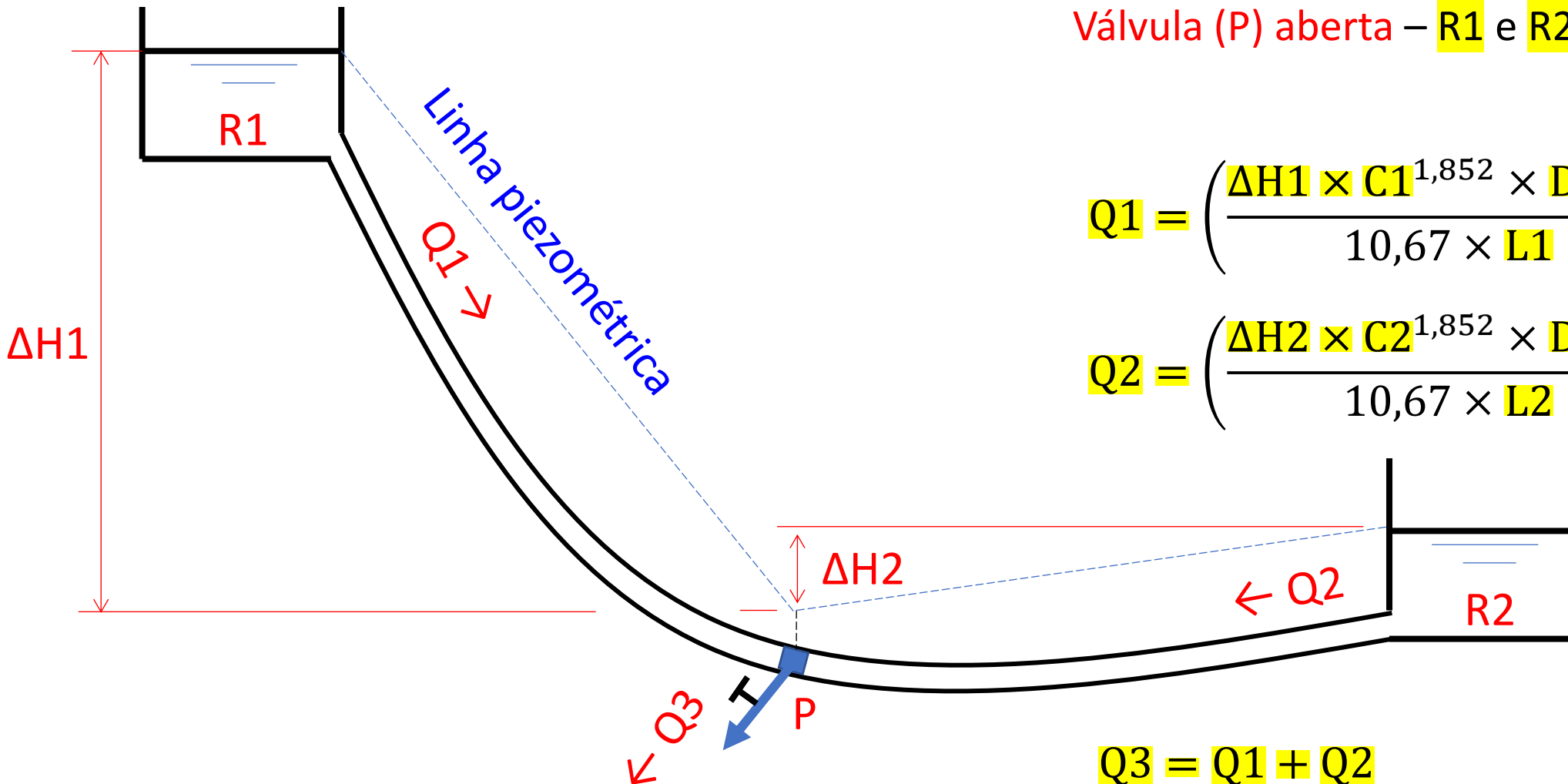


Válvula (P) aberta – R1 abastece APENAS P.

$$Q1 = \left(\frac{\Delta H1 \times C1^{1,852} \times D^{14,87}}{10,67 \times L1} \right)^{1/1,852}$$

Não há movimentação de água em R2

Situação 4:



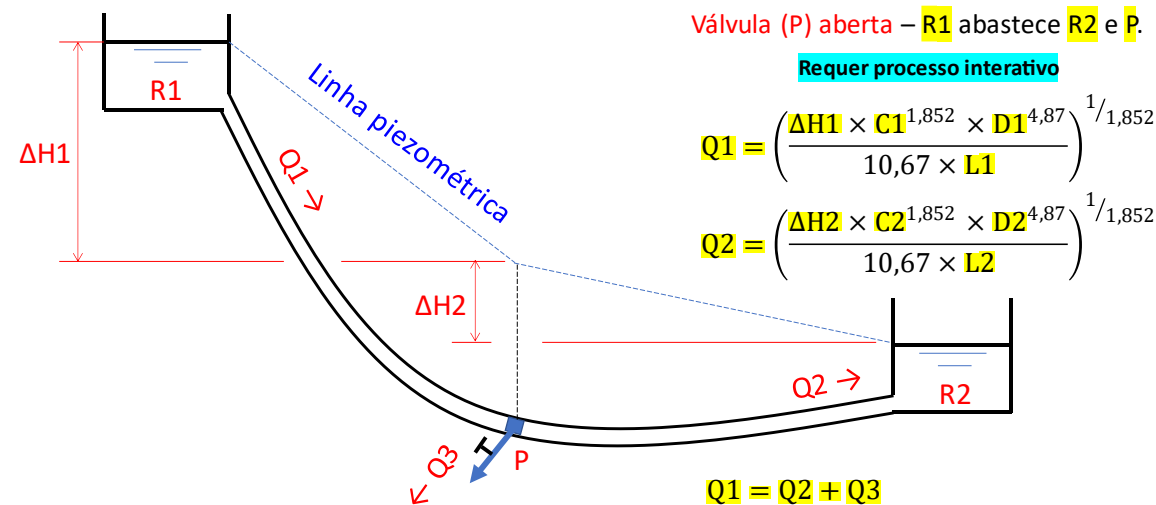
Válvula (P) aberta – R1 e R2 abastecem P.

$$Q1 = \left(\frac{\Delta H1 \times C1^{1,852} \times D1^{4,87}}{10,67 \times L1} \right)^{1/1,852}$$

$$Q2 = \left(\frac{\Delta H2 \times C2^{1,852} \times D2^{4,87}}{10,67 \times L2} \right)^{1/1,852}$$

$$Q3 = Q1 + Q2$$

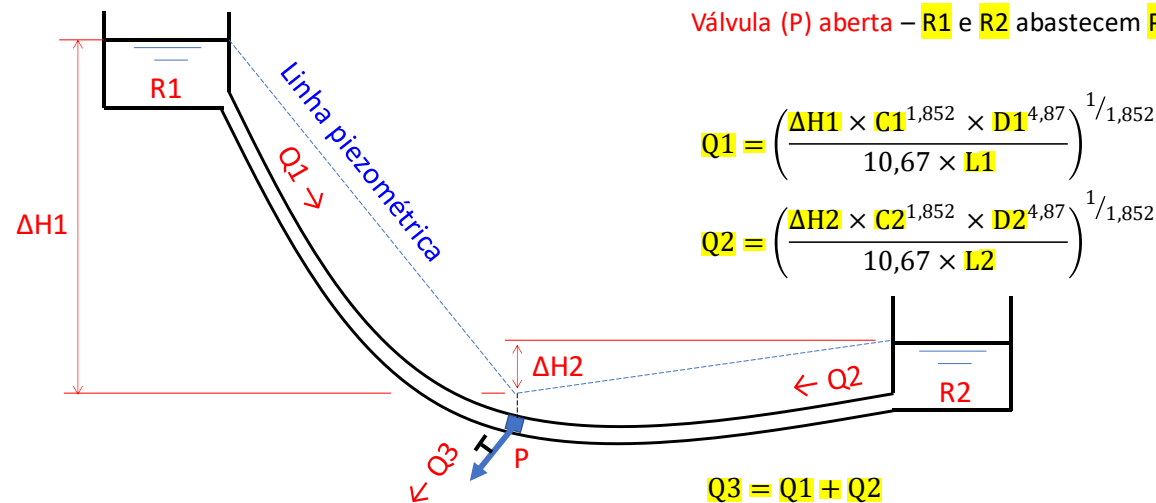
Situação 2:



Exemplo: Sabendo-se as cotas e comprimentos dos trechos da tubulação abaixo, bem como os diâmetros e o coeficiente de atrito, determine a vazão no ponto P.

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
Z1 (em R1)	120	m	Cota do nível d'água no reservatório 1
Z2 (em R2)	110	m	Cota do nível d'água no reservatório 2
Z3 (em P)	100	m	Cota do ponto P da tubulação
CP (em P)	14	m	Carga de pressão no ponto P da tubulação
L1	500	m	Comprimento do trecho 1
L2	700	m	Comprimento do trecho 2
D	193	mm	Diâmetro interno da tubulação
C	130	adm	Coeficiente de atrito de Hazen-Williams
ΔH1	6	mca	Perda de carga total no trecho 1
ΔH2	4	mca	Perda de carga total no trecho 2
Q1	0,044	m3/s	Vazão no trecho 1
Q2	0,029	m3/s	Vazão no trecho 2
Q3	0,015	m3/s	Vazão de descarga no ponto P

Situação 4:



Exemplo: Sabendo-se as cotas e comprimentos dos trechos da tubulação abaixo, bem como os diâmetros e o coeficiente de atrito, determine a vazão no ponto P.

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
Z1 (em R1)	120	m	Cota do nível d'água no reservatório 1
Z2 (em R2)	110	m	Cota do nível d'água no reservatório 2
Z3 (em P)	100	m	Cota do ponto P da tubulação
L1	500	m	Comprimento do trecho 1
L2	700	m	Comprimento do trecho 2
D	193	mm	Diâmetro interno da tubulação
C	130	adm	Coeficiente de atrito de Hazen-Williams
ΔH1	20	mca	Perda de carga total no trecho 1
ΔH2	10	mca	Perda de carga total no trecho 2
Q1	0,084	m3/s	Vazão no trecho 1
Q2	0,048	m3/s	Vazão no trecho 2
Q3	0,132	m3/s	Vazão de descarga no ponto P

PROBLEMA DOS 3 RESERVATÓRIOS

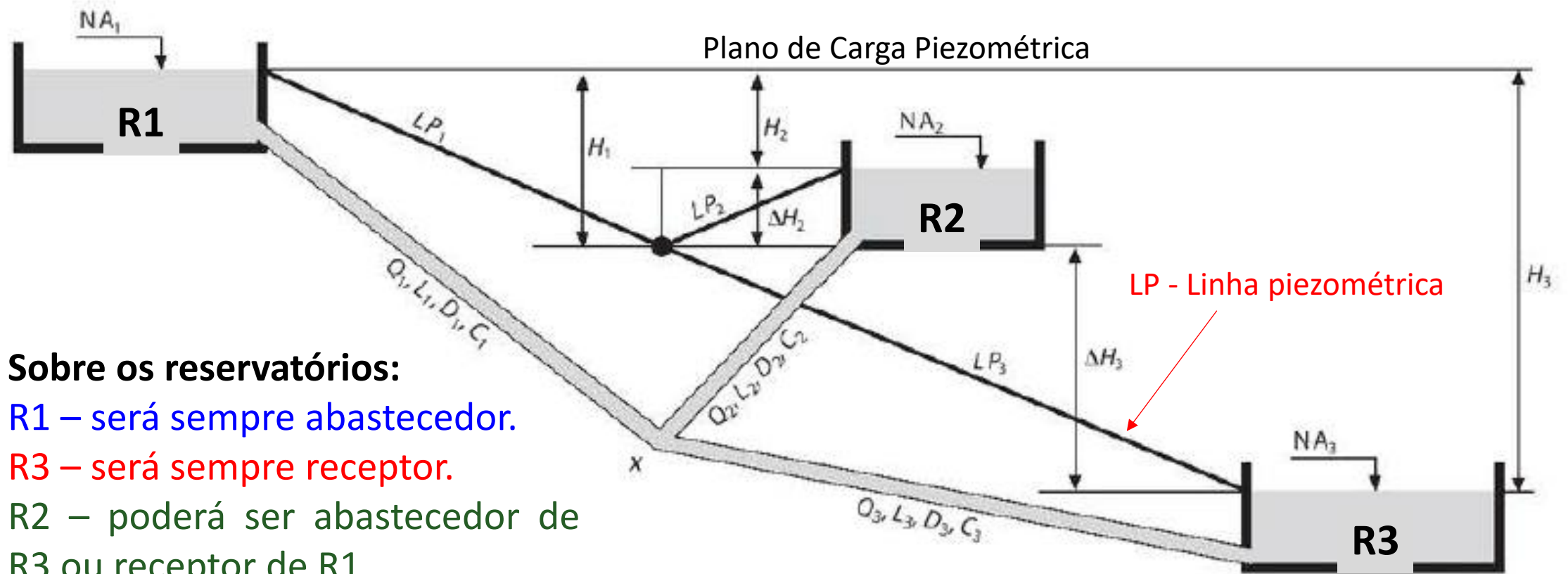
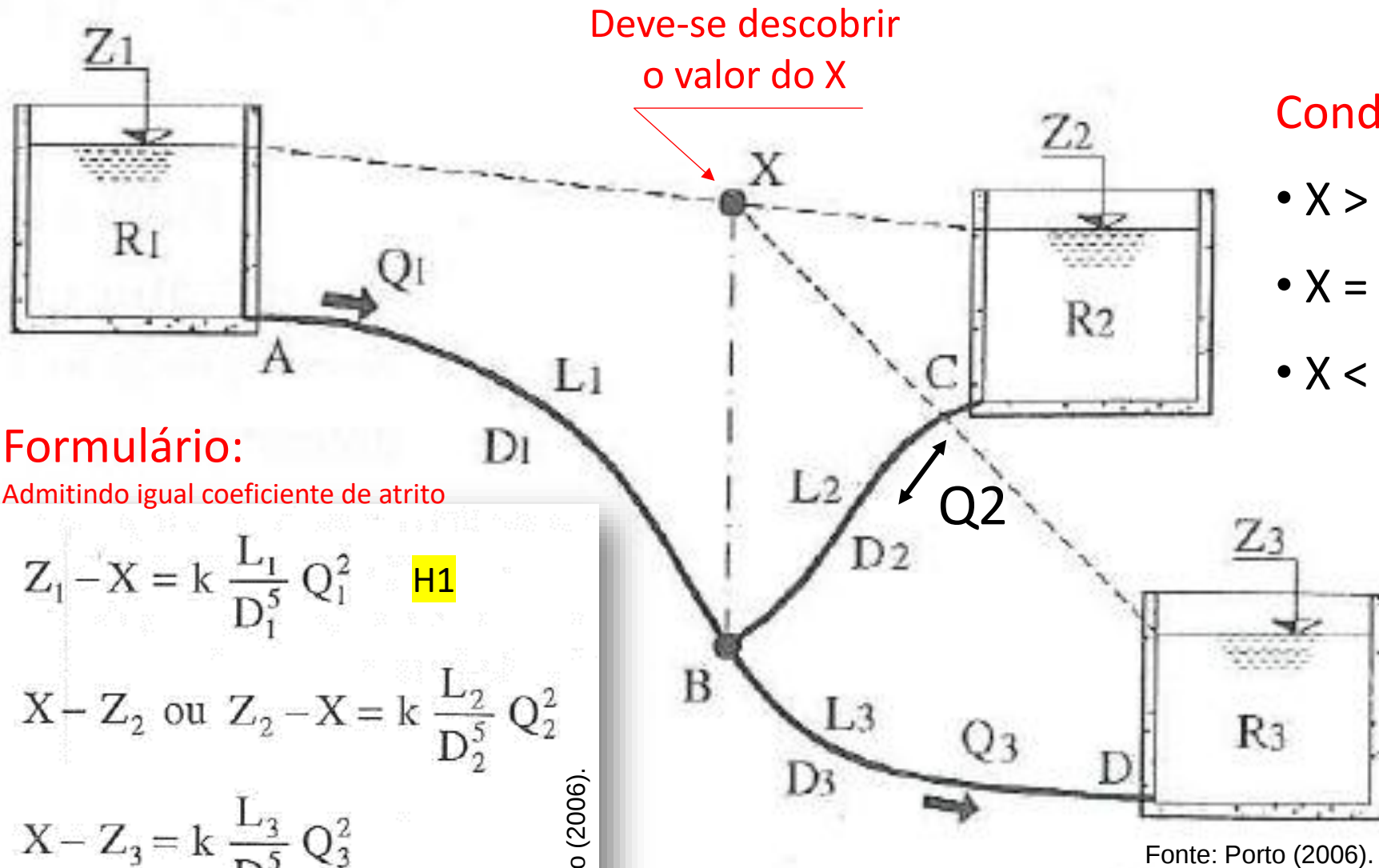


Figura A-13.3.2-a – Problema dos três reservatórios.



Deve-se descobrir
o valor do X

Condições de contorno - **Se:**

- $X > Z_2$, então: $Q_1 = Q_2 + Q_3$
- $X = Z_2$, então: $Q_1 = Q_3$; $Q_2 = 0$
- $X < Z_2$, então: $Q_3 = Q_1 + Q_2$

Formulário:

Admitindo igual coeficiente de atrito

$$Z_1 - X = k \frac{L_1}{D_1^5} Q_1^2 \quad \text{H1}$$

$$X - Z_2 \text{ ou } Z_2 - X = k \frac{L_2}{D_2^5} Q_2^2$$

$$X - Z_3 = k \frac{L_3}{D_3^5} Q_3^2$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \text{ ou } Q_3 = Q_1 + Q_2$$

Fonte: Porto (2006).

Para resolução:

1ª Tentativa

$$X = Z_2$$

Se $Q_1 = Q_3$

Problema resolvido

Senão, faz-se:

Se $Q_1 > Q_3$, então

$$X > Z_2$$

Senão: $X < Z_2$

O Problema estará resolvido quando for
obtido equilíbrio de vazões no nó B.

Fonte: Porto (2006).

EXEMPLO

PROBLEMA DOS TRÊS RESERVATÓRIOS (BÉLANGER) INCÓGNITAS: VAZÕES

Reservatório 1

Cota 1 [m]

30,00

Reservatório 2

Cota 2 [m]

25,00

L = 1.200,00 m
D = 300,00 mm
C = 120,00 adm.

L = 900,00 m
D = 200,00 mm
C = 120,00 adm.

L = 1.500,00 m
D = 150,00 mm
C = 120,00 adm.

Simulações

Xb [m] =

Resultados

Q1 [L/s] =

Q2 [L/s] =

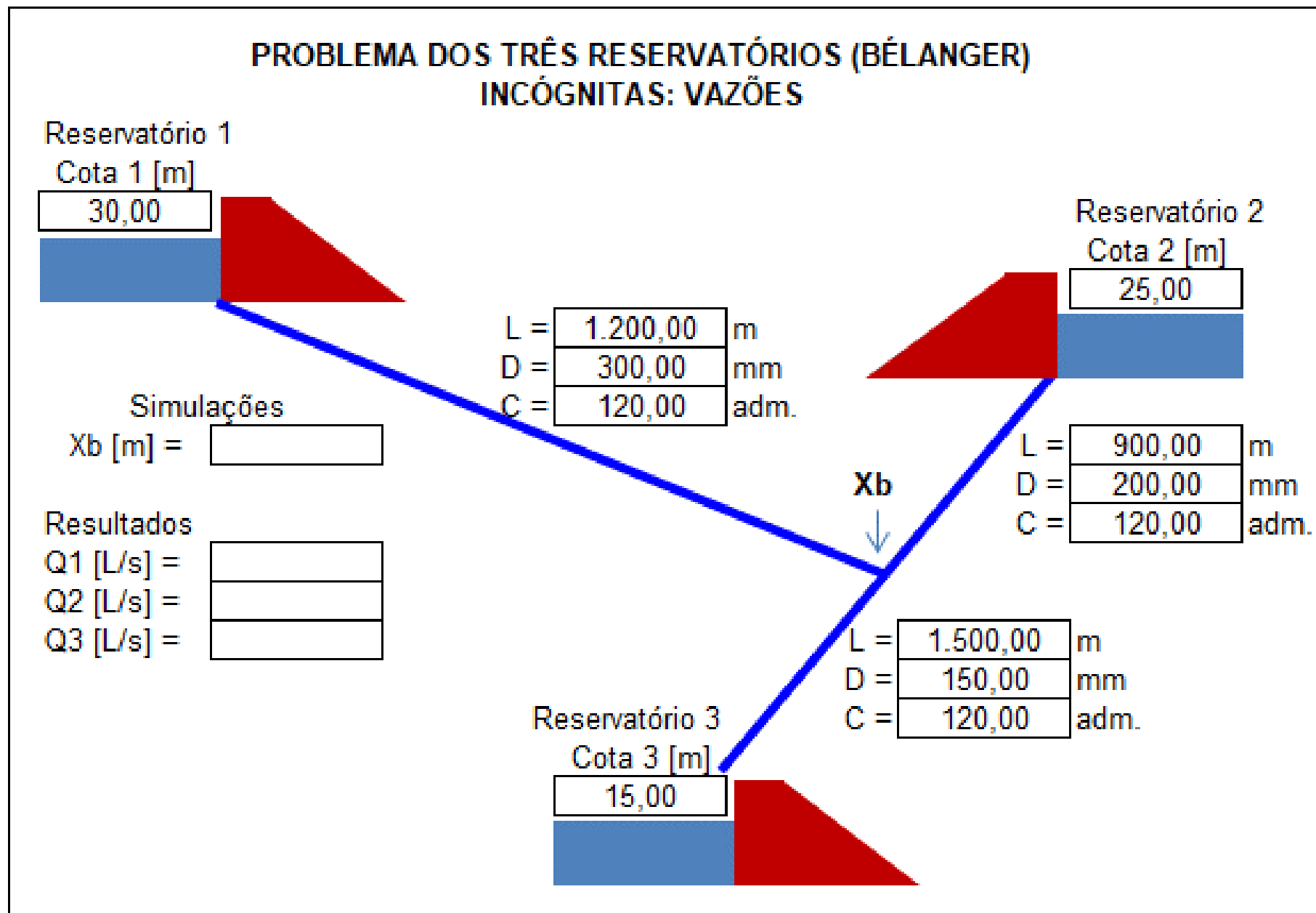
Q3 [L/s] =

Reservatório 3

Cota 3 [m]

15,00

Xb
↓



1ª TENTATIVA

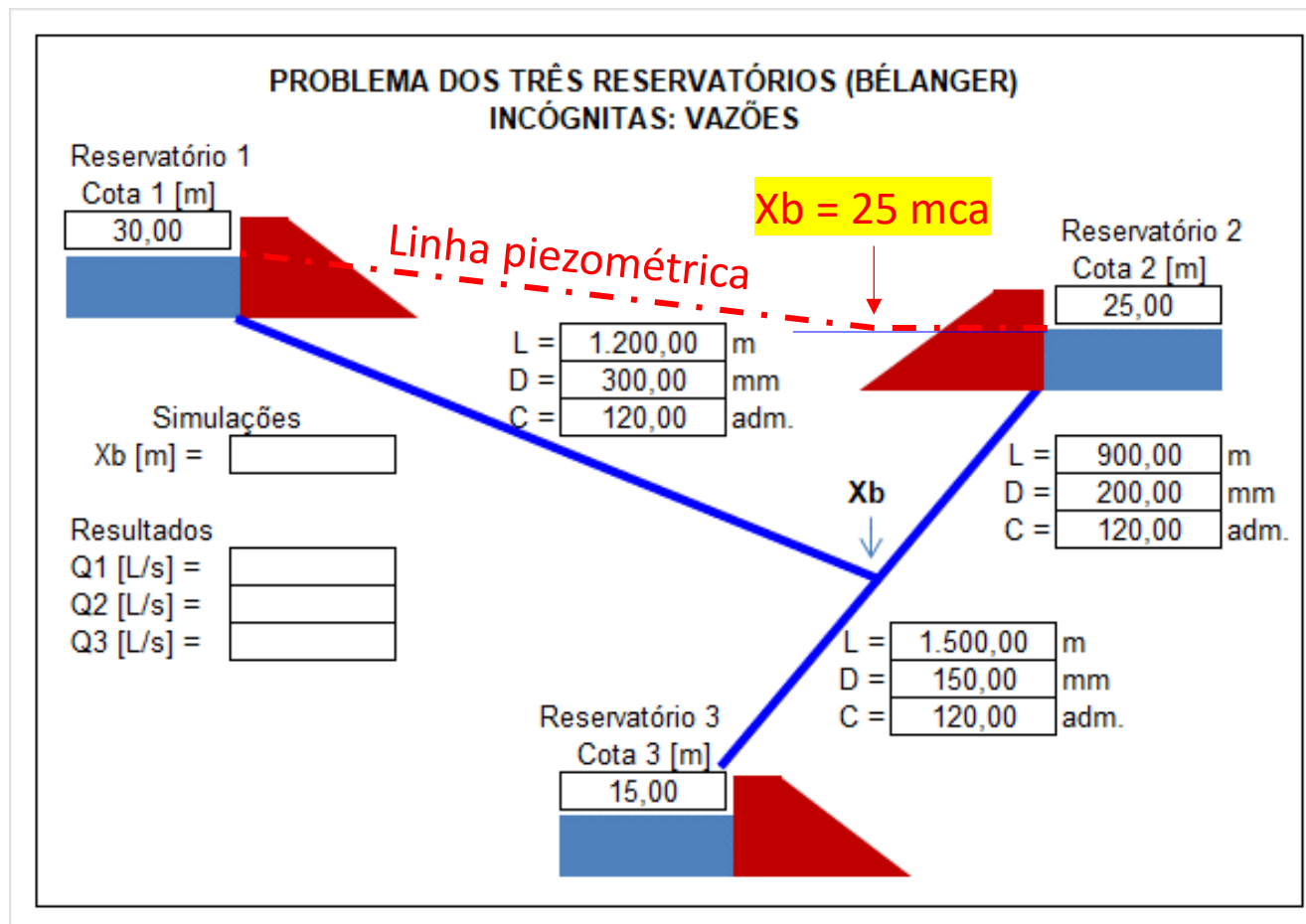
$$X_b = 25,00 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-X_b} = 30 - 25 = 5 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-3} = 25 - 15 = 10 \text{ mca}$$

$$\Delta H = \frac{10,67 \times Q^{1,852} \times L}{C^{1,852} \times D^{4,87}}$$

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times C^{1,852} \times D^{4,87}}{(10,67 \times L)} \right)^{1/1,852}$$



1ª TENTATIVA

$$X_b = 25,00 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-X_b} = 30 - 25 = 5 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-3} = 25 - 15 = 10 \text{ mca}$$

$$\Delta H = \frac{10,67 \times Q^{1,852} \times L}{C^{1,852} \times D^{4,87}}$$

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times C^{1,852} \times D^{4,87}}{(10,67 \times L)} \right)^{(1/1,852)}$$



$$Q_{1-X_b} = \left(\frac{5 \times 120^{1,852} \times 0,3^{4,87}}{(10,67 \times 1200)} \right)^{(1/1,852)}$$

$$Q_{1-X_b} = 0,07301 \text{ m}^3/\text{s} \text{ ou } \underline{73,01 \text{ L/s}}$$

$$Q_{X_b-3} = \left(\frac{10 \times 120^{1,852} \times 0,15^{4,87}}{(10,67 \times 1500)} \right)^{(1/1,852)}$$

$$Q_{X_b-3} = 0,01522 \text{ m}^3/\text{s} = \underline{15,22 \text{ L/s}}$$

Como Q_{1-X_b} é maior que Q_{X_b-3} a cota **X_b** deve ser maior! Logo o reservatório 2 também é abastecido pelo reservatório 1.

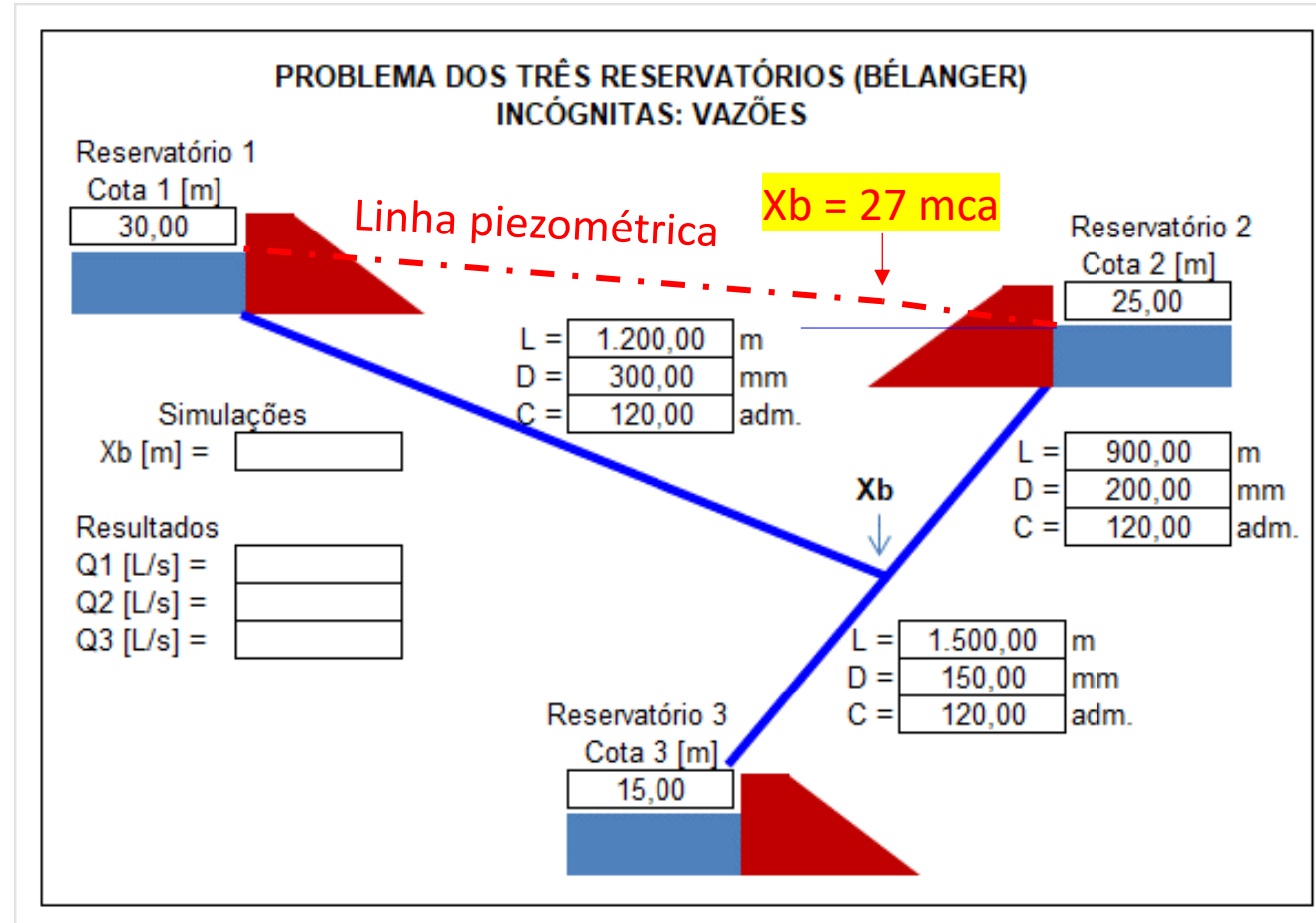
TERNATIVA 2

$$X_b = 27 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-X_b} = 30 - 27 = 3 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-2} = 27 - 25 = 2 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-3} = 27 - 15 = 12 \text{ mca}$$



TENTATIVA 2

$$X_b = 27 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-X_b} = 30 - 27 = 3 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-2} = 27 - 25 = 2 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-3} = 27 - 15 = 12 \text{ mca}$$

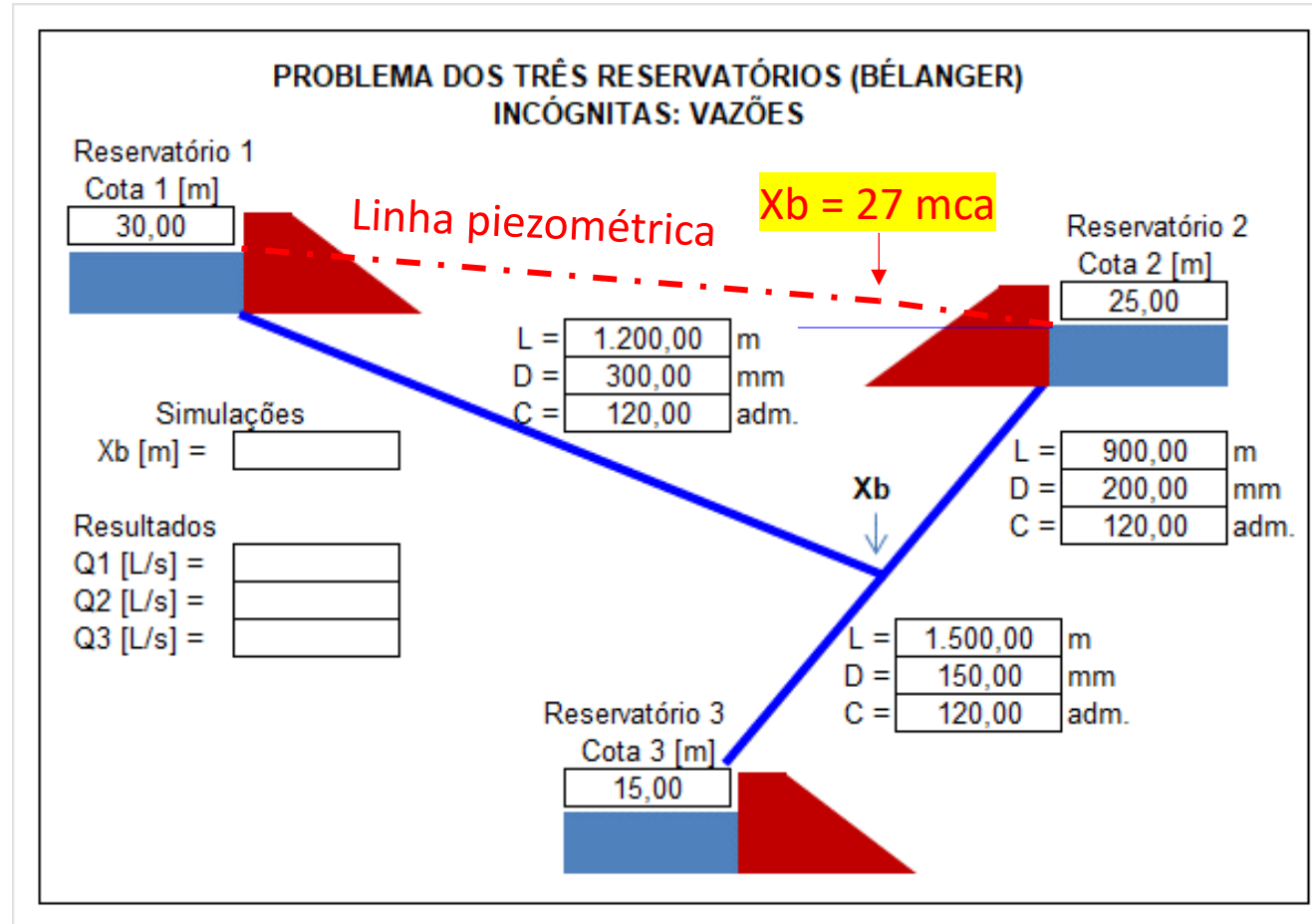
$$Q_{1-X_b} = 0,05547 \text{ m}^3/\text{s} \quad 55,47 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-2} = 0,01792 \text{ m}^3/\text{s} \quad 17,92 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-3} = 0,01680 \text{ m}^3/\text{s} \quad 16,80 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-2} + Q_{X_b-3} = 0,03472 \text{ m}^3/\text{s} \quad 34,72 \text{ L/s}$$

A próxima tentativa deve para
valor MAIOR ou MENOR?



TENTATIVA 2

$$X_b = 27 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-X_b} = 30 - 27 = 3 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-2} = 27 - 25 = 2 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-3} = 27 - 15 = 12 \text{ mca}$$

$$Q_{1-X_b} = 0,05547 \text{ m}^3/\text{s} \quad 55,47 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-2} = 0,01792 \text{ m}^3/\text{s} \quad 17,92 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-3} = 0,01680 \text{ m}^3/\text{s} \quad 16,80 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-2} + Q_{X_b-3} = 0,03472 \text{ m}^3/\text{s} \quad 34,72 \text{ L/s}$$

$$\text{COMO } Q_{1-X_b} > Q_{X_b-2} + Q_{X_b-3}$$

A COTA X_b DEVE SER MAIOR

TENTATIVA 3

$$X_b = 29 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-X_b} = 30 - 29 = 1 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-2} = 29 - 25 = 4 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{X_b-3} = 29 - 15 = 14 \text{ mca}$$

$$Q_{1-X_b} = 0,03065 \text{ m}^3/\text{s} \quad 30,65 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-2} = 0,02606 \text{ m}^3/\text{s} \quad 26,06 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-3} = 0,01826 \text{ m}^3/\text{s} \quad 18,26 \text{ L/s}$$

$$Q_{X_b-2} + Q_{X_b-3} = 0,04432 \text{ m}^3/\text{s} \quad 44,32 \text{ L/s}$$

Como deve ser a próxima tentativa ?

→ TENTATIVA 4

$$X_b = 28,50 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-x_b} = 30 - 28,50 = 1,50 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{x_b-2} = 28,50 - 25 = 3,50 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{x_b-3} = 28,50 - 15 = 13,50 \text{ mca}$$

$$Q_{1-x_b} = 0,03815 \text{ m}^3/\text{s} \quad 38,15 \text{ L/s}$$

$$Q_{x_b-2} = 0,02425 \text{ m}^3/\text{s} \quad 24,25 \text{ L/s}$$

$$+ Q_{x_b-3} = 0,01790 \text{ m}^3/\text{s} \quad 17,90 \text{ L/s}$$

$$Q_{x_b-2} + Q_{x_b-3} = 0,04215 \text{ m}^3/\text{s} \quad 42,15 \text{ L/s}$$

→ TENTATIVA 5

$$X_b = 28,28 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{1-x_b} = 30 - 28,28 = 1,72 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{x_b-2} = 28,28 - 25 = 3,28 \text{ mca}$$

$$\Delta H_{x_b-3} = 28,28 - 15 = 13,28 \text{ mca}$$

$$Q_{1-x_b} = 0,04108 \text{ m}^3/\text{s} \quad 41,08 \text{ L/s}$$

$$Q_{x_b-2} = 0,02341 \text{ m}^3/\text{s} \quad 23,41 \text{ L/s}$$

$$Q_{x_b-3} = 0,01774 \text{ m}^3/\text{s} \quad 17,740 \text{ L/s}$$

$$Q_{x_b-2} + Q_{x_b-3} = 0,04115 \text{ m}^3/\text{s} \quad 41,15 \text{ L/s}$$

$$\text{DIFERENÇA} = 0,00007 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$= 0,07 \text{ L/s}$$

Como deve ser a próxima tentativa ?

PROBLEMA DOS TRÊS RESERVATÓRIOS (BÉLANGER)

INCÓGNITAS: VAZÕES

Reservatório 1

Cota 1 [m]

30,00

Reservatório 2

Cota 2 [m]

25,00

L = 1.200,00 m
D = 300,00 mm
C = 120,00 adm.

L = 900,00 m
D = 200,00 mm
C = 120,00 adm.

L = 1.500,00 m
D = 150,00 mm
C = 120,00 adm.

Simulações

Xb [m] = 28,2757833

Resultado Alcançado

Resultados

Q1 [L/s] = 41,13
Q2 [L/s] = 23,39
Q3 [L/s] = 17,74

Reservatório 3

Cota 3 [m]

15,00

Xb

Exemplo do livro de Hidráulica
Básica volume 4. Porto (2006).

EXEMPLO 4.3

Uma instalação de transporte de água compreende dois reservatórios A e D, abertos e mantidos em níveis constantes, e um sistema de tubulações de ferro fundido novo, $C = 130$, com saída livre para a atmosfera em C. No conduto BD, e logo a jusante de B, está instalada uma bomba com rendimento igual a 75%. Determine a vazão bombeada para o reservatório D quando o conduto BC deixa sair livremente uma vazão de $0,10 \text{ m}^3/\text{s}$ e ter uma distribuição de vazão em marcha com taxa (vazão unitária de distribuição) $q = 0,00015 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$. Determine também a potência necessária à bomba. Despreze as perdas localizadas e a carga cinética nas tubulações.

Trata-se de uma aplicação conjunta dos conceitos de distribuição em marcha, problema dos três reservatórios e bombeamento. Como visto no item anterior, a questão importante para a resolução do problema é a determinação da cota piezométrica no ponto de bifurcação, ponto B.

Trecho BC – Distribuição em marcha: $Q_j = 0,10 \text{ m}^3/\text{s}$, a vazão de montante e a vazão fictícia no trecho podem ser determinadas, respectivamente, pelas Equações 4.4 e 4.12, como:

$$Q_m = Q_j + qL \rightarrow Q_m = 0,10 + 0,00015 \cdot 400 = 0,16 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_f = 1/2(Q_j + Q_m) = 0,13 \text{ m}^3/\text{s}$$

A vazão fictícia é a média de Q_m e Q_j

Fonte: Recortes do livro Hidráulica Básica volume 4. Porto (2006).

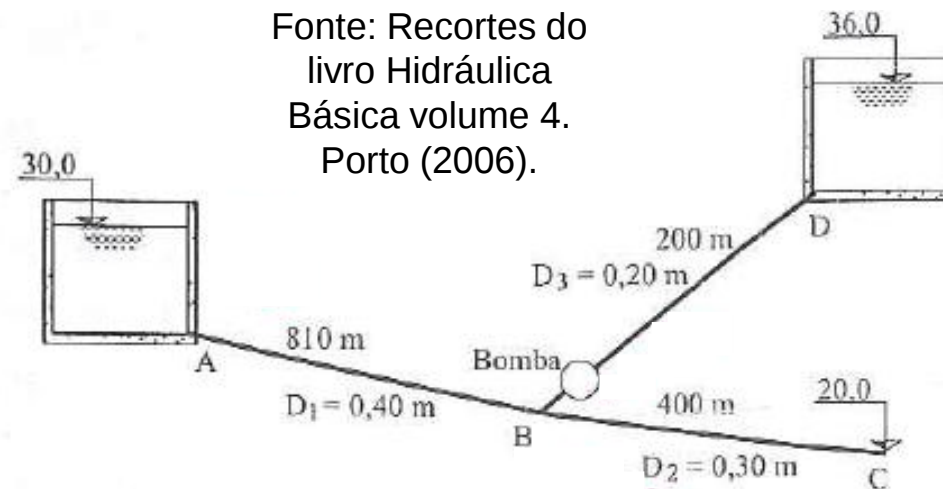


Figura 4.12 Exemplo 4.3.

A vazão fictícia é a média de Q_m e Q_j

No trecho B-C ocorre vazão em marcha.

A vazão em marcha é $Q_d = q \cdot L$

$$Q_d = 0,00015 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m}) \cdot 400 \text{ m}$$

$$Q_d = 0,06 \text{ m}^3/\text{s}$$

A vazão de montante no trecho B-C

Será a vazão de jusante, Q_j , mais a

vazão em marcha, Q_d .

$$Q_m = 0,10 + 0,06$$

$$Q_m = 0,16 \text{ m}^3/\text{s}$$

EXEMPLO 4.3

Uma instalação de transporte de água compreende dois reservatórios A e D, abertos e mantidos em níveis constantes, e um sistema de tubulações de ferro fundido novo, $C = 130$, com saída livre para a atmosfera em C. No conduto BD, e logo a jusante de B, está instalada uma bomba com rendimento igual a 75%. Determine a vazão bombeada para o reservatório D quando o conduto BC deixa sair livremente uma vazão de $0,10 \text{ m}^3/\text{s}$ e ter uma distribuição de vazão em marcha com taxa (vazão unitária de distribuição) $q = 0,00015 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$. Determine também a potência necessária à bomba. Despreze as perdas localizadas e a carga cinética nas tubulações.

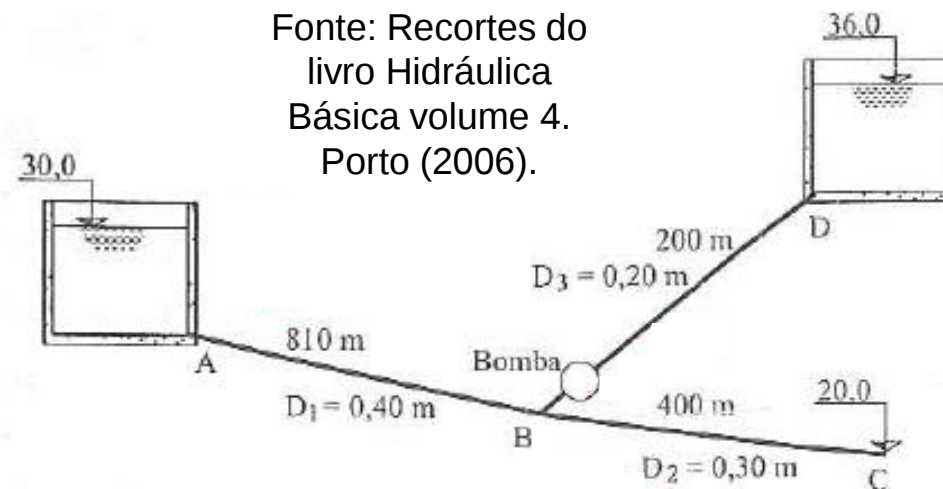


Figura 4.12 Exemplo 4.3.

A perda de carga no trecho pode ser calculada pela fórmula de Hazen-Williams e, conseqüentemente, a cota piezométrica em B.

Para $Q_{BC} = Q_f = 0,13 \text{ m}^3/\text{s}$, $D_{BC} = 0,30 \text{ m}$ e $C = 130$, a Tabela 2.3 fornece:

→ Usando a equação das aulas anteriores:
$$\Delta H = \frac{10,67 \times 0,13^{1,852} \times 400}{(130^{1,852} \times 0,30^{4,87})} = 4,17 \text{ mca}$$

$J_{BC} = 45,98 \cdot 0,13^{1,85} = 1,055 \text{ m}/100 \text{ m} \rightarrow \Delta H_{BC} = 4,22 \text{ m}$, portanto:

Diferença
de apenas
0,05 mca

EXEMPLO 4.3

Uma instalação de transporte de água compreende dois reservatórios A e D, abertos e mantidos em níveis constantes, e um sistema de tubulações de ferro fundido novo, $C = 130$, com saída livre para a atmosfera em C. No conduto BD, e logo a jusante de B, está instalada uma bomba com rendimento igual a 75%. Determine a vazão bombeada para o reservatório D quando o conduto BC deixa sair livremente uma vazão de $0,10 \text{ m}^3/\text{s}$ e ter uma distribuição de vazão em marcha com taxa (vazão unitária de distribuição) $q = 0,00015 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$. Determine também a potência necessária à bomba. Despreze as perdas localizadas e a carga cinética nas tubulações.

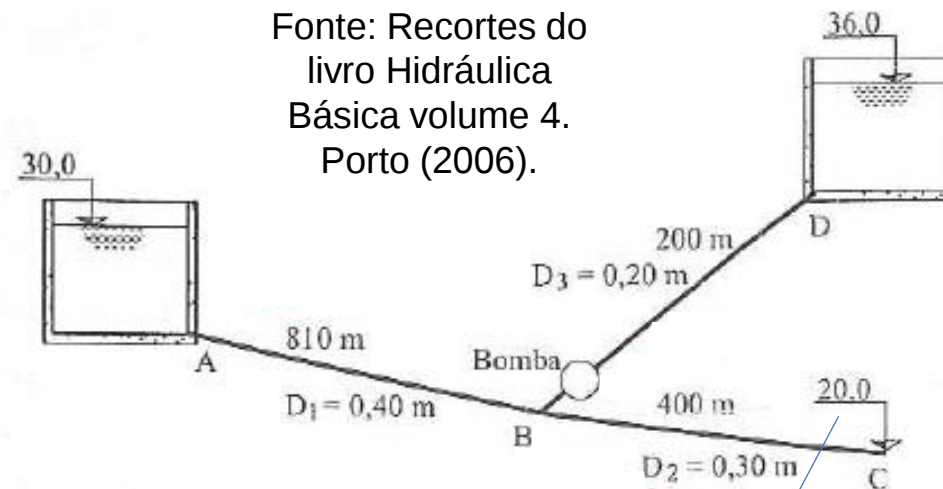


Figura 4.12 Exemplo 4.3.

$$C.P_B = C.P_C + \Delta H_{BC} = 20,0 + 4,22 = 24,22 \text{ m}$$

Cota piezométrica no ponto B = Cota em C + perda de carga no trecho B-C
 $CP_B = 20,00 + 4,17 = 24,17 \text{ mca}$

Trecho AB $-\Delta H_{AB} = 30,0 - 24,22 = 5,78 \text{ m} \rightarrow J_{AB} = 5,78 \text{ m} / 810 \text{ m} = 0,714 \text{ m}/100 \text{ m}$

Para $D_{AB} = 0,40 \text{ m}$, $J_{AB} = 0,714 \text{ m}/100 \text{ m}$ e $C = 130$, pela Tabela 2.3, vem:

$$0,714 = 11,327 \cdot Q_{AB}^{1,85} \rightarrow Q_{AB} = 0,225 \text{ m}^3/\text{s} \quad \therefore Q_{BD} = 0,225 - 0,16 = 0,065 \text{ m}^3/\text{s}$$

Perda de carga no trecho A-B = cota em A – cota piezométrica em B

$$\Delta H_{A-B} = 30,00 - 24,17 = 5,83 \text{ mca}$$

A vazão no trecho A-B será:

$$Q = \left[\frac{5,83 \times 130^{1,852} \times 0,40^{4,87}}{(10,67 \times 810)} \right]^{1/1,852} = 0,227 \text{ m}^3/\text{s}$$

A vazão do trecho B-D = $Q_{A-B} - Q_{B-C}$

$$Q_{B-D} = 0,227 - 0,160 = 0,067 \text{ m}^3/\text{s}$$

EXEMPLO 4.3

Uma instalação de transporte de água compreende dois reservatórios A e D, abertos e mantidos em níveis constantes, e um sistema de tubulações de ferro fundido novo, $C = 130$, com saída livre para a atmosfera em C. No conduto BD, e logo a jusante de B, está instalada uma bomba com rendimento igual a 75%. Determine a vazão bombeada para o reservatório D quando o conduto BC deixa sair livremente uma vazão de $0,10 \text{ m}^3/\text{s}$ e ter uma distribuição de vazão em marcha com taxa (vazão unitária de distribuição) $q = 0,00015 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$. Determine também a potência necessária à bomba. Despreze as perdas localizadas e a carga cinética nas tubulações.

Bomba – como se está desprezando a carga cinética, a altura total de elevação da bomba é igual à diferença entre as cotas piezométricas na saída e na entrada da bomba. Na entrada da bomba, a cota piezométrica vale $C.P_B = 24,22 \text{ m}$ e, na saída, pode ser determinada calculando-se a perda de carga no trecho BD.

Para $Q_{BD} = 0,065 \text{ m}^3/\text{s}$, $D_{BD} = 0,20 \text{ m}$ e $C = 130$, pela Tabela 2.3, vem:

$$J_{BD} = 3,312 \cdot 10^2 \cdot 0,065^{1,85} = 2,108 \text{ m}/100 \text{ m} \rightarrow \Delta H_{BD} = 4,22 \text{ m}$$

Fonte: Recortes do
livro Hidráulica
Básica volume 4.
Porto (2006).

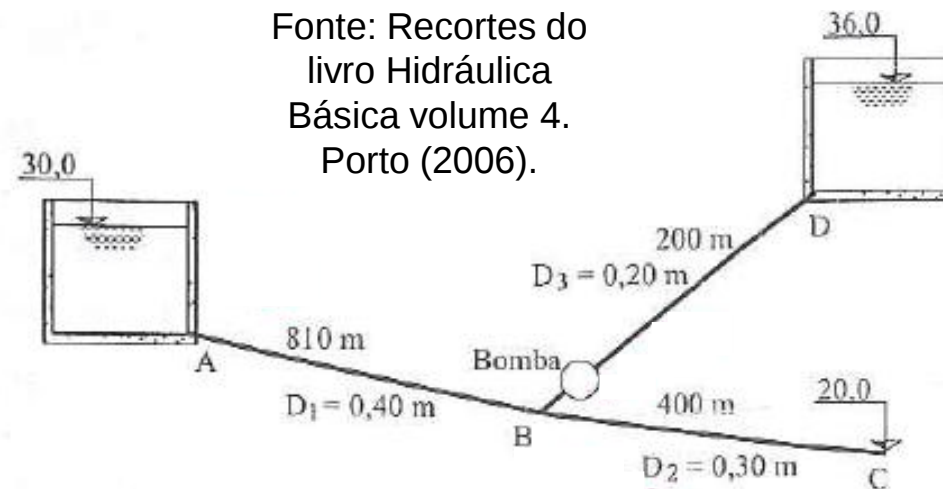


Figura 4.12 Exemplo 4.3.

Perda de carga no trecho B-D:

$$\Delta H = \frac{10,67 \times 0,067^{1,852} \times 200}{(130^{1,852} \times 0,20^{4,87})} = 4,41 \text{ mca}$$

Diferença de
0,19 mca

EXEMPLO 4.3

Uma instalação de transporte de água compreende dois reservatórios A e D, abertos e mantidos em níveis constantes, e um sistema de tubulações de ferro fundido novo, $C = 130$, com saída livre para a atmosfera em C. No conduto BD, e logo a jusante de B, está instalada uma bomba com rendimento igual a 75%. Determine a vazão bombeada para o reservatório D quando o conduto BC deixa sair livremente uma vazão de $0,10 \text{ m}^3/\text{s}$ e ter uma distribuição de vazão em marcha com taxa (vazão unitária de distribuição) $q = 0,00015 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$. Determine também a potência necessária à bomba. Despreze as perdas localizadas e a carga cinética nas tubulações.

Pela equação da energia: $C.P_s - \Delta H_{BD} = 36,0 \therefore C.P_s = 40,22 \text{ m}$

Da Equação 1.34:

$$Pot = \frac{\gamma Q (H_s - H_e)}{\eta} = \frac{9,8 \cdot 0,065 \cdot (40,22 - 24,22)}{0,75} = 13,58 \text{ kW (18,48 cv)}$$

Fonte: Recortes do
livro Hidráulica
Básica volume 4.
Porto (2006).

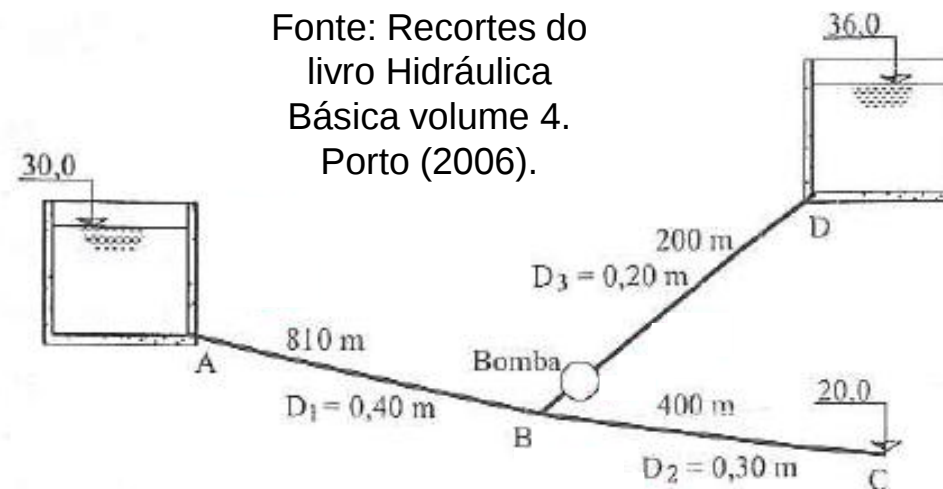


Figura 4.12 Exemplo 4.3.

Altura manométrica da bomba:

$$H_{man} = \text{Cota em D} + \Delta H_{B-D} - CP_B$$

$$H_{man} = 36,00 + 4,41 - 24,17 = 16,24 \text{ mca}$$

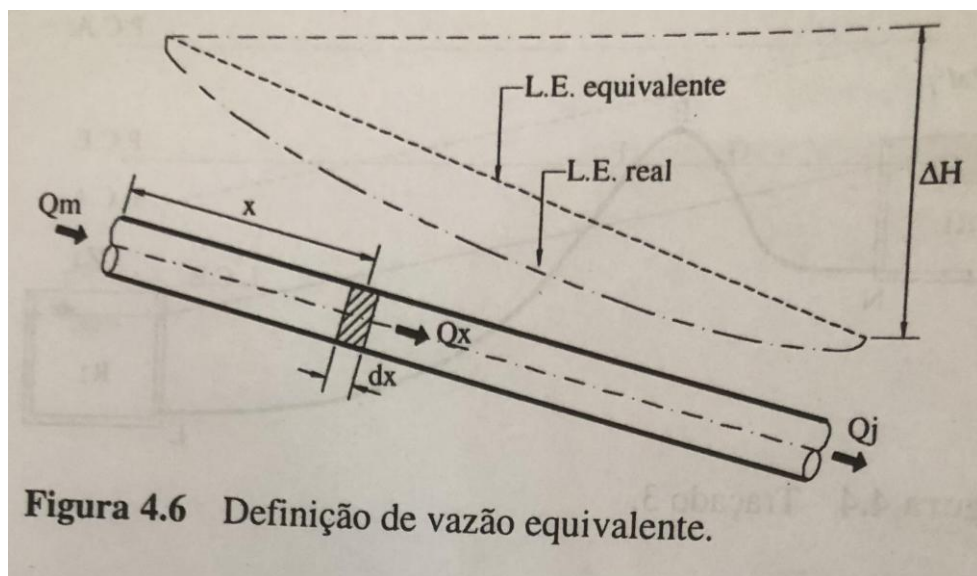
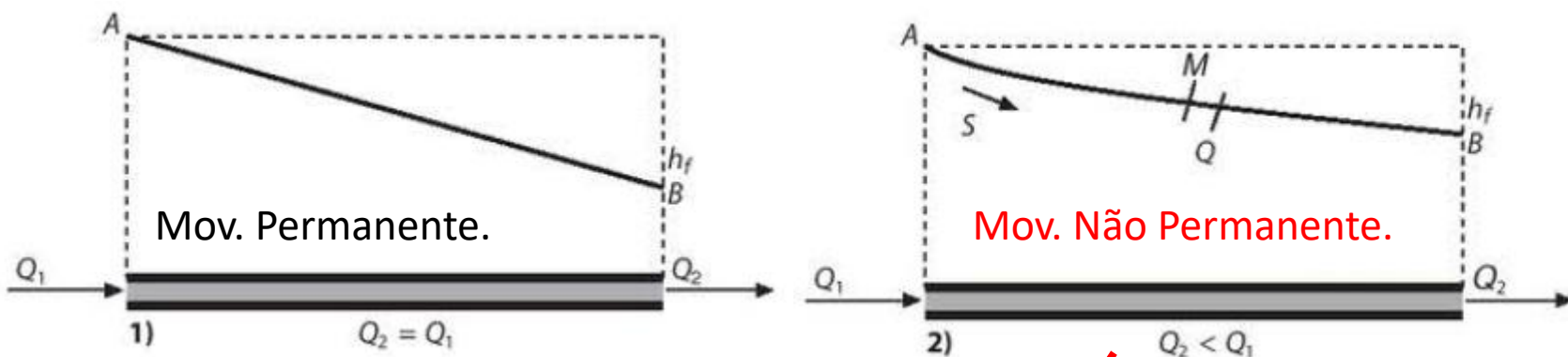
Potência da bomba:

$$Pot[cv] = \frac{\gamma [kgf/m^3] \times Q [m^3/s] \times H_{man} [mca]}{(75 \times \eta [decimal])}$$

$$Pot = \frac{1000 \times 0,067 \times 16,24}{(75 \times 0,75)} = 19,34 \text{ cv}$$

Vazão em marcha

Trata-se do movimento não permanente, em que a vazão é diminuída ao longo da tubulação.



$$Q_m = Q_j + qL; \quad Q_x = Q_m - qx; \quad Jdx = KQ_x^2 dx$$

Em que:

Note-se que: $K = 0,0827 * f / D^5$

Q_m – vazão de montante ou de entrada, m^3/s ou outro.

Q_j – vazão de jusante ou residual de saída.

q – vazão unitária de distribuição em $m^3/(s.m)$ ou $L/(s.m)$

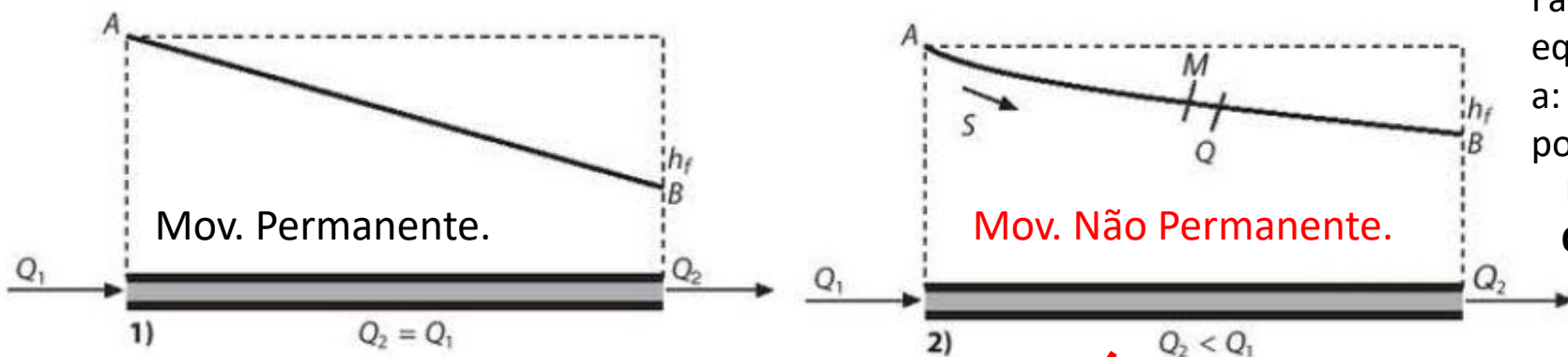
X ou L – comprimento do trecho em análise, m.

dx – trecho elementar, m.

Q_x – vazão no trecho dx .

Vazão em marcha

Trata-se do movimento não permanente, em que a vazão é diminuída ao longo da tubulação.



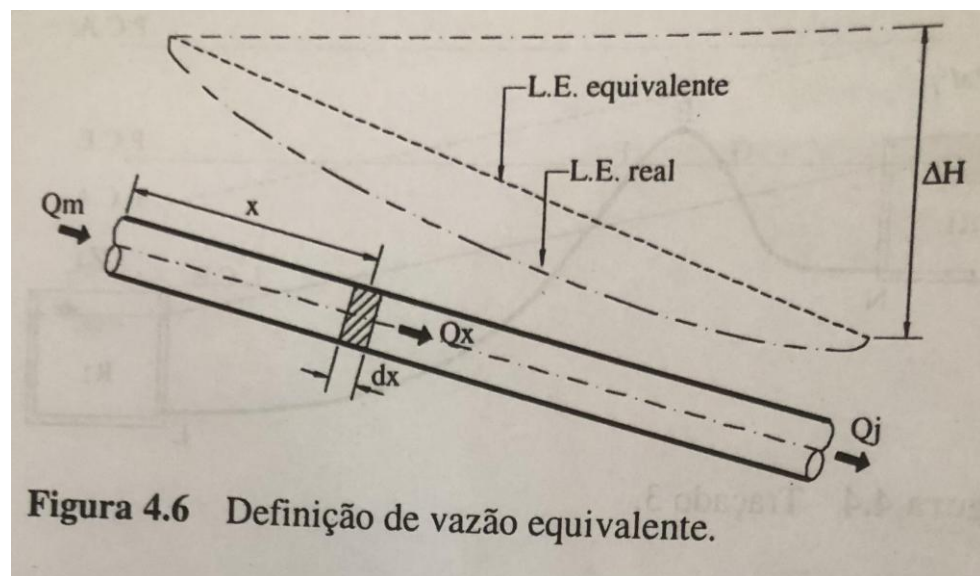
Fazendo-se $Q_d = q \cdot L$ e substituindo-se na equação abaixo, com simplificações chega-se a: $\Delta H = K \cdot L \cdot (Q_m - 0,45 Q_d)^2$ que sem prejuízos pode-se adotar: $\Delta H = K \cdot L \cdot (Q_m - 0,5 \cdot Q_d)^2$.

Define-se a **vazão fictícia, Q_f** , como sendo:

$Q_f = Q_m - 0,5 \cdot Q_d$; como $Q_j = Q_m - Q_d$, ou

Seja $Q_d = Q_m - Q_j$, tem-se que

$$Q_f = (Q_m + Q_j)/2$$



$$Q_m = Q_j + qL; \quad Q_x = Q_m - qx; \quad Jdx = KQ_x^2 dx$$

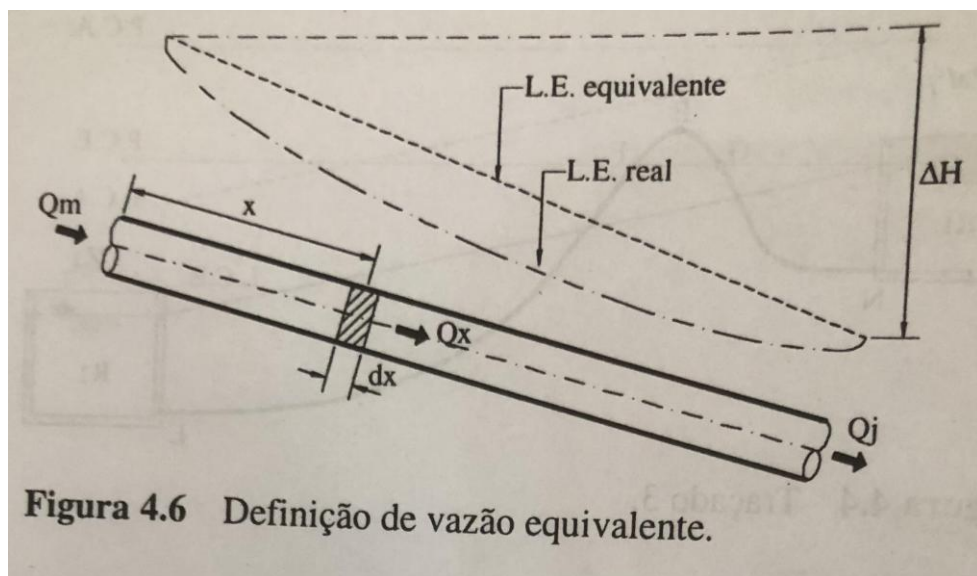
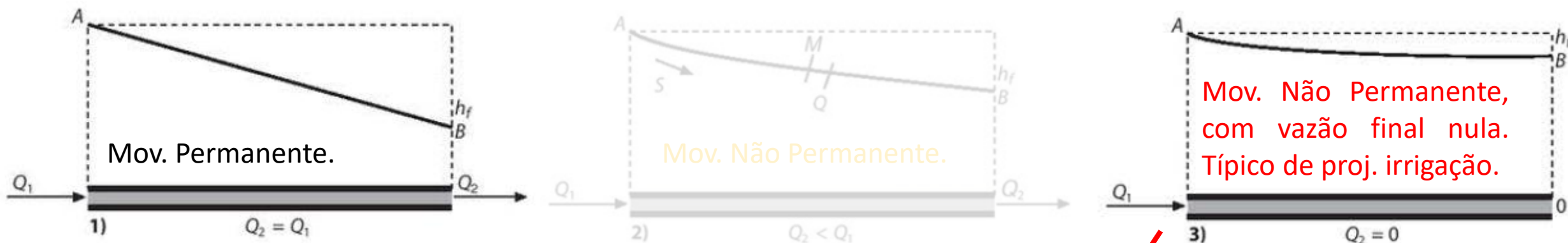
$$\Delta H = J \cdot L = \int_0^L Jdx = \int_0^L K \cdot (Q_m - q \cdot x)^2 \cdot dx$$

$$\Delta H = K \cdot \int_0^L (Q_m^2 - 2 \cdot Q_m \cdot q \cdot x + q^2 \cdot x^2) \cdot dx$$

$$\Delta H = K \cdot \left(Q_m^2 \cdot L - Q_m \cdot q \cdot L^2 + \frac{q^2 \cdot L^3}{3} \right)$$

Vazão em marcha

Trata-se do movimento não permanente, em que a vazão é diminuída ao longo da tubulação.



$$Q_m = Q_j + qL; \quad \text{se } Q_j = 0 \rightarrow qL = Q_m$$

$$\Delta H = K \cdot \left(Q_m^2 \cdot L - Q_m \cdot q \cdot L^2 + \frac{q^2 \cdot L^3}{3} \right)$$

$$\Delta H = K \cdot \left(\frac{Q_m^2 \cdot L}{3} \right)$$

Já para fluxo permanente:

$$\Delta H = K \cdot Q_m^2 \cdot L$$

Ou seja, a perda de carga total para vazão em marcha com $Q_j = 0$ é 1/3 da perda de carga em escoamento permanente.

Vazão em marcha

Trata-se do movimento não permanente, em que a vazão é diminuída ao longo da tubulação.

$$\Delta H = K \cdot \left(\frac{Q_m^2 \cdot L}{3} \right) \Rightarrow \Delta H = \frac{1}{3} \cdot 0,0827 \cdot f \cdot \frac{Q^2}{D^5} \cdot L \quad \text{Para a disciplina de Hidráulica}$$

$$\Delta H = F \cdot 0,0827 \cdot f \cdot \frac{Q^2}{D^5} \cdot L \quad \text{Para a disciplina de Irrigação}$$

$$F = \frac{\left\{ N \cdot \left[\left(\frac{1}{m+1} + \frac{1}{2 \cdot N} + \frac{\sqrt{m-1}}{6 \cdot N^2} \right) + \frac{E1E}{EE} - 1 \right] \right\}}{\left(N + \frac{E1E}{EE} - 1 \right)}$$

F – fator de múltiplas saídas (Scaloppi, 1985).

N – número de emissores.

m – expoente do termo vazão da eq. perda de carga.

EE e E1E – espaçamento entre emissores e do 1º emissor.

Para E1E = EE → $F = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{2 \cdot N} + \frac{\sqrt{m-1}}{6 \cdot N^2}$

Se $N \rightarrow \infty$; o F será: $F = \frac{1}{m+1}$
E como $m = 2$;

$$F = \frac{1}{3}$$

Vazão em marcha

Trata-se do movimento não permanente, em que a vazão é diminuída ao longo da tubulação.

Tabela 18. Valores do fator de Christiansen (F) para cálculo da perda de carga em tubulação de múltiplas saídas eqüidistantes nas fórmulas

Universal, Hazen-Williams e Flamant.

https://www2.feis.unesp.br/irrigacao/pdf/hidraulica_hfmse.pdf

Número de Saídas	Fator "F" de Christiansen			Número de Saídas	Fator "F" de Christiansen		
	Universal	Hazen-Williams	Flamant		Universal	Hazen-Williams	Flamant
1	1,000	1,000	1,000	16	0,365	0,381	0,395
2	0,625	0,639	0,650	17	0,363	0,380	0,394
3	0,518	0,535	0,546	18	0,361	0,379	0,392
4	0,469	0,486	0,498	19	0,360	0,377	0,390
5	0,440	0,457	0,469	20	0,359	0,376	0,389
6	0,421	0,435	0,451	22	0,357	0,374	0,387
7	0,408	0,425	0,438	24	0,355	0,372	0,385
8	0,398	0,415	0,428	26	0,353	0,370	0,383
9	0,391	0,409	0,421	28	0,351	0,369	0,382
10	0,385	0,402	0,415	30	0,350	0,368	0,380
11	0,380	0,397	0,410	35	0,347	0,365	0,378
12	0,376	0,394	0,406	40	0,345	0,364	0,376
13	0,373	0,391	0,403	50	0,343	0,361	0,374
14	0,370	0,387	0,400	100	0,338	0,356	0,369
15	0,367	0,384	0,398	+ de 100	0,333	0,351	0,365

Observe o valor do F
Para N > 100.

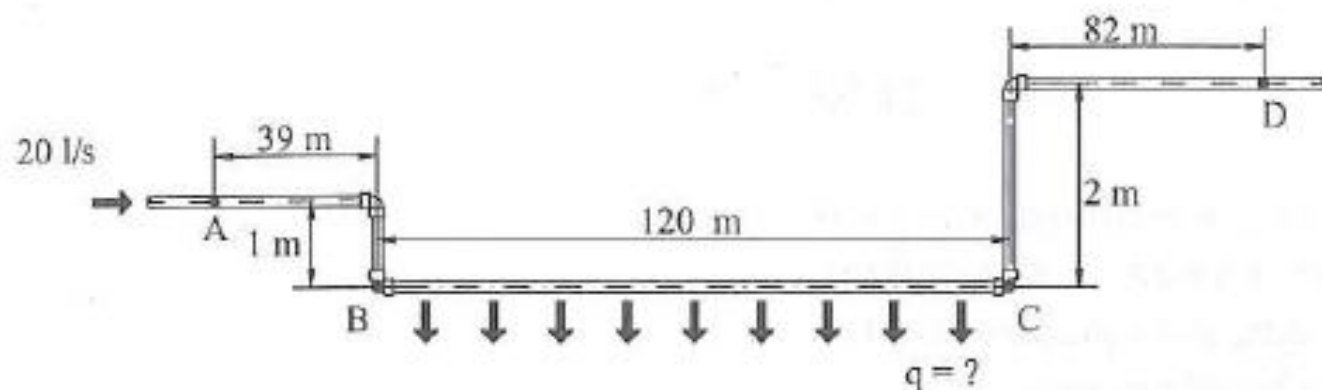


Figura 4.7 Exemplo 4.1.

Na tubulação mostrada na Figura 4.7, com 6" de diâmetro e coeficiente de atrito $f = 0,022$, a pressão em A vale $166,6 \text{ kN/m}^2$ e em D vale $140,2 \text{ kN/m}^2$. Determine a vazão unitária de distribuição em marcha q , sabendo que a tubulação está no plano vertical e que a vazão no trecho AB é de 20 l/s . Despreze as perdas localizadas.

As energias disponíveis nos pontos A e D, em relação a um plano horizontal passando por BC, valem, respectivamente:

$$E_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = 1,0 + \frac{166,6 \cdot 10^3}{9,8 \cdot 10^3} + 0,058 = 18,06 \text{ m}$$

Para $D \approx 154,5 \text{ mm}$

$$E_D = z_D + \frac{p_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} = 2,0 + \frac{140,2 \cdot 10^3}{9,8 \cdot 10^3} + \frac{V_D^2}{2g} = 16,31 + \frac{V_D^2}{2g}$$

Se $D = 150 \text{ mm}$

$$V = 4 \cdot 20 / (1000 \cdot \pi \cdot 0,15^2)$$

$$V = 1,13 \text{ m/s}$$

$$V^2/2g = 1,13^2/19,6 = 0,065 \text{ mca}$$

Portanto, a perda de carga total entre os pontos A e D é igual à diferença $E_A - E_D$ e vale a soma das três parcelas $\Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} + \Delta H_{CD}$. Utilizando o conceito de vazão fictícia, pode-se escrever:

$$\Delta H_{AD} = 1,75 - \frac{V_D^2}{2g} = J_{AB} L_{AB} + J_{BC} L_{BC} + J_{CD} L_{CD}$$

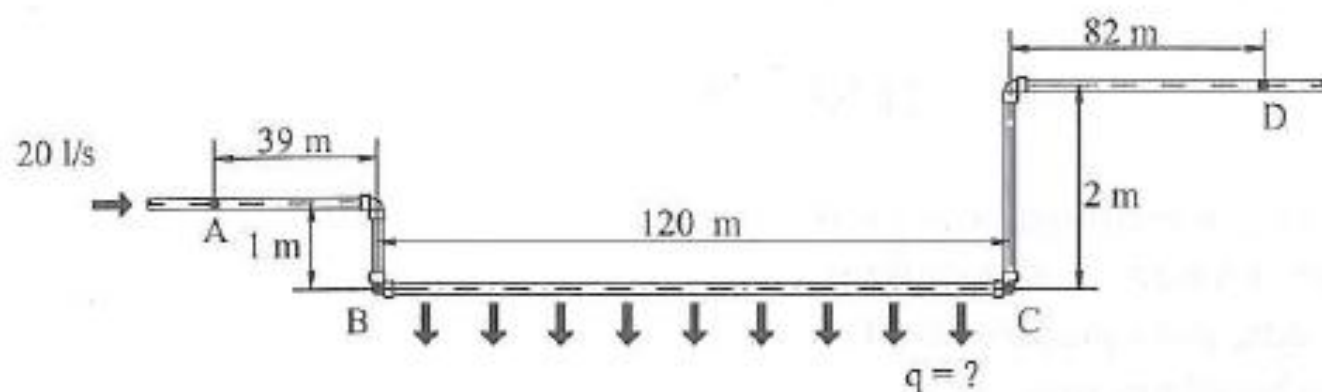


Figura 4.7 Exemplo 4.1.

Na tubulação mostrada na Figura 4.7, com 6" de diâmetro e coeficiente de atrito $f = 0,022$, a pressão em A vale $166,6 \text{ kN/m}^2$ e em D vale $140,2 \text{ kN/m}^2$. Determine a vazão unitária de distribuição em marcha q , sabendo que a tubulação está no plano vertical e que a vazão no trecho AB é de 20 l/s . Despreze as perdas localizadas.

$$1,75 - \frac{V_D^2}{2g} = 0,0827 \frac{0,022 \cdot 0,020^2}{0,15^5} 40 + 0,0827 \frac{0,022 \cdot Q_f^2}{0,15^5} 120 + 0,0827 \frac{0,022 \cdot Q_j^2}{0,15^5} 84$$

$$1,75 - 163,38 Q_j^2 = 0,383 + 2875,10 Q_f^2 + 2012,57 Q_j^2$$

$$1,367 = 2875,10 Q_f^2 + 2175,95 Q_j^2$$

Como, pela Equação 4.12, a vazão fictícia é a média entre a vazão de montante e de jusante, vem:

$$Q_f = \frac{Q_m + Q_j}{2} = \frac{0,020 + Q_j}{2}$$

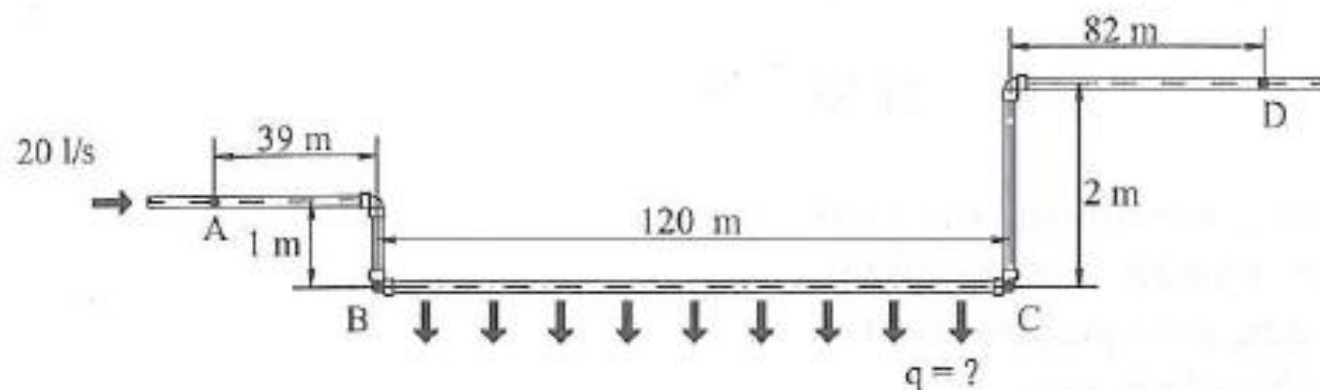


Figura 4.7 Exemplo 4.1.

Na tubulação mostrada na Figura 4.7, com 6" de diâmetro e coeficiente de atrito $f = 0,022$, a pressão em A vale $166,6 \text{ kN/m}^2$ e em D vale $140,2 \text{ kN/m}^2$. Determine a vazão unitária de distribuição em marcha q , sabendo que a tubulação está no plano vertical e que a vazão no trecho AB é de 20 l/s . Despreze as perdas localizadas.

$$Q_f = \frac{Q_m + Q_j}{2} = \frac{0,020 + Q_j}{2}$$



$$1,367 = 2875,10 Q_f^2 + 2175,95 Q_j^2$$

$$1,367 = 2875,10 \left(\frac{0,020 + Q_j}{2} \right)^2 + 2175,95 Q_j^2 \rightarrow Q_j = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$$

Logo, a vazão distribuída ao longo dos 120 m vale:

$$Q_d = Q_m - Q_j = 5,0 \text{ l/s}$$

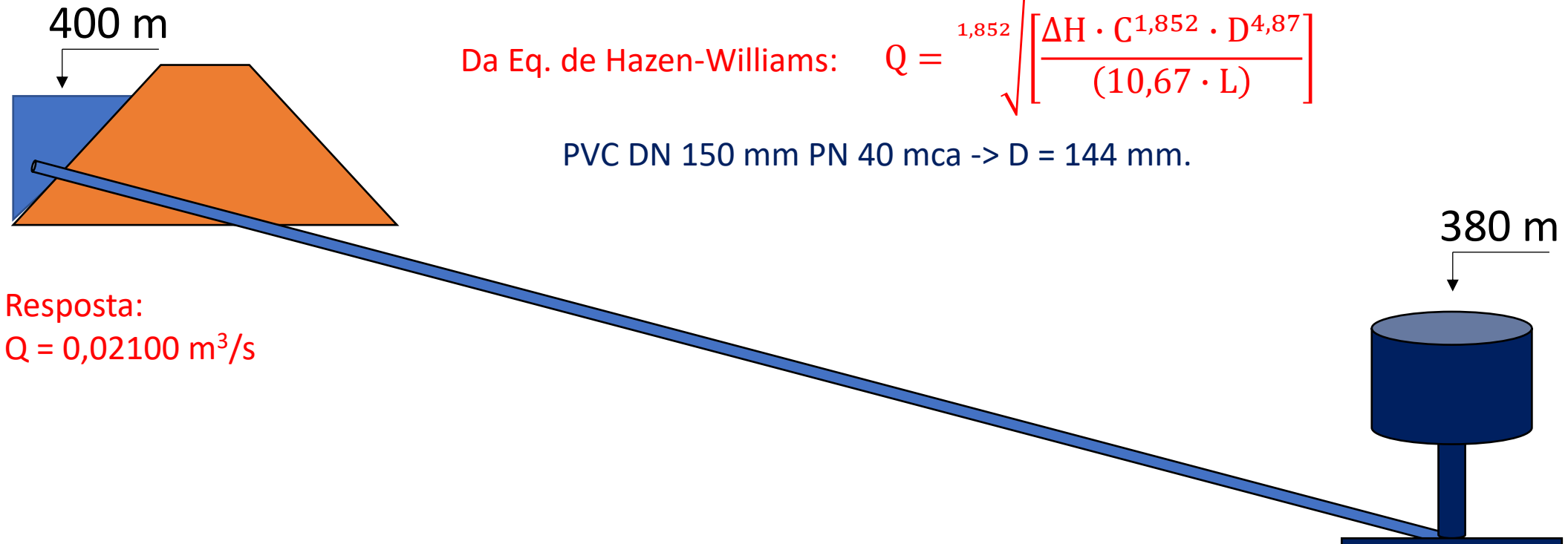
Daí, a vazão unitária de distribuição será:

$$Q_d = 5,0 = q \cdot 120 \therefore q = 0,0417 \text{ l/sm}$$



EXERCÍCIOS

Exercício 1. Calcule a vazão que chegará a caixa d'água, da figura abaixo, se a tubulação adutora de PVC DN 150 mm PN 40 mca tiver 1.800 m de comprimento. Adotar eq. Hazen-Williams com $C = 140$.



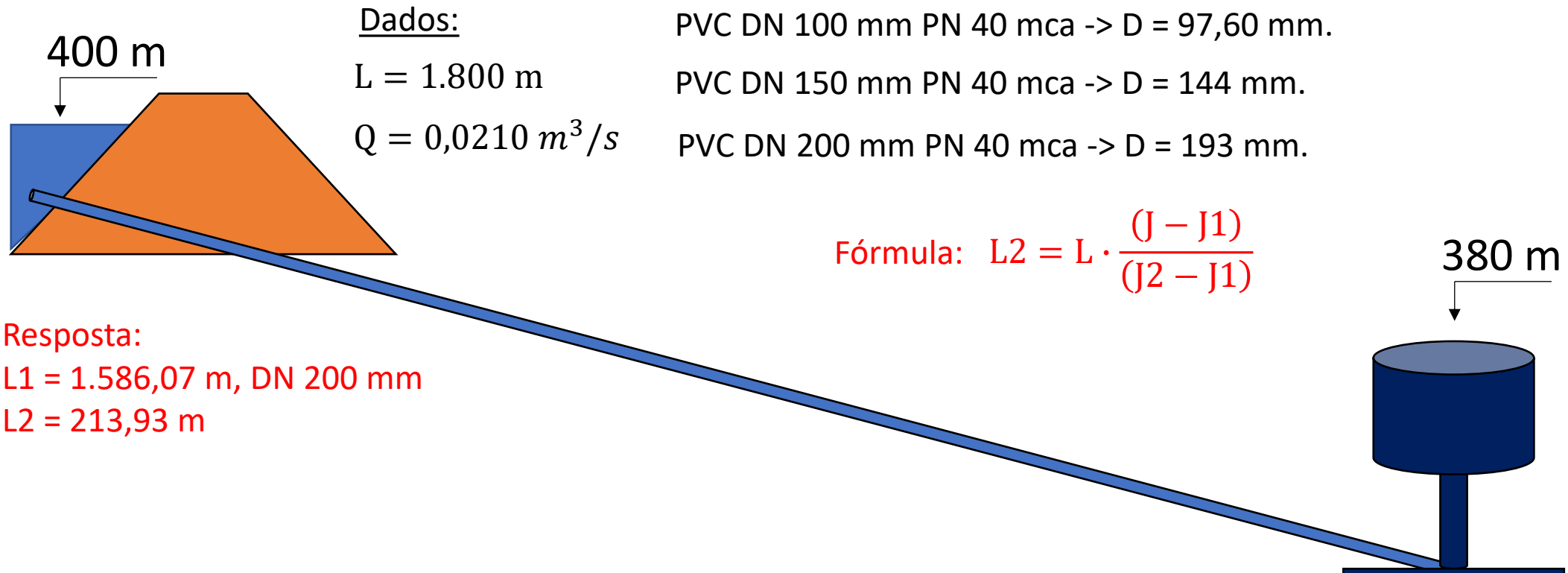
Da Eq. de Hazen-Williams:
$$Q = \sqrt[1,852]{\frac{\Delta H \cdot C^{1,852} \cdot D^{4,87}}{(10,67 \cdot L)}}$$

PVC DN 150 mm PN 40 mca -> $D = 144$ mm.

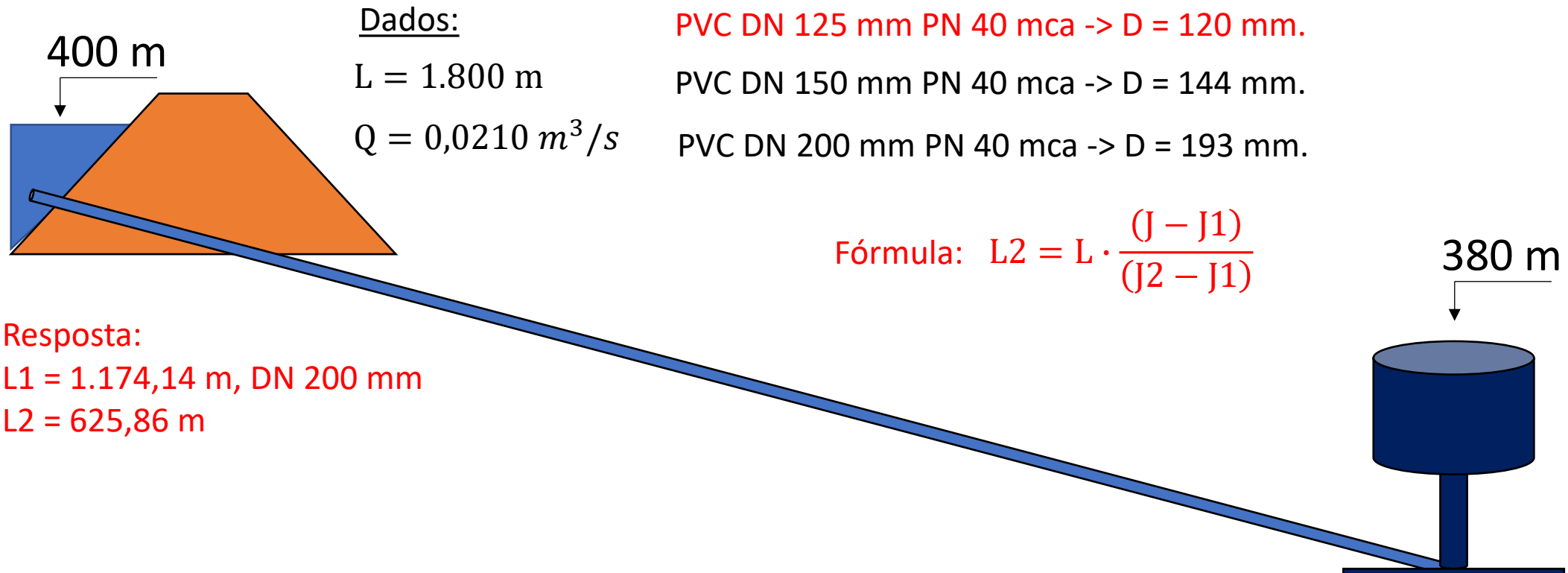
Resposta:

$Q = 0,02100 \text{ m}^3/\text{s}$

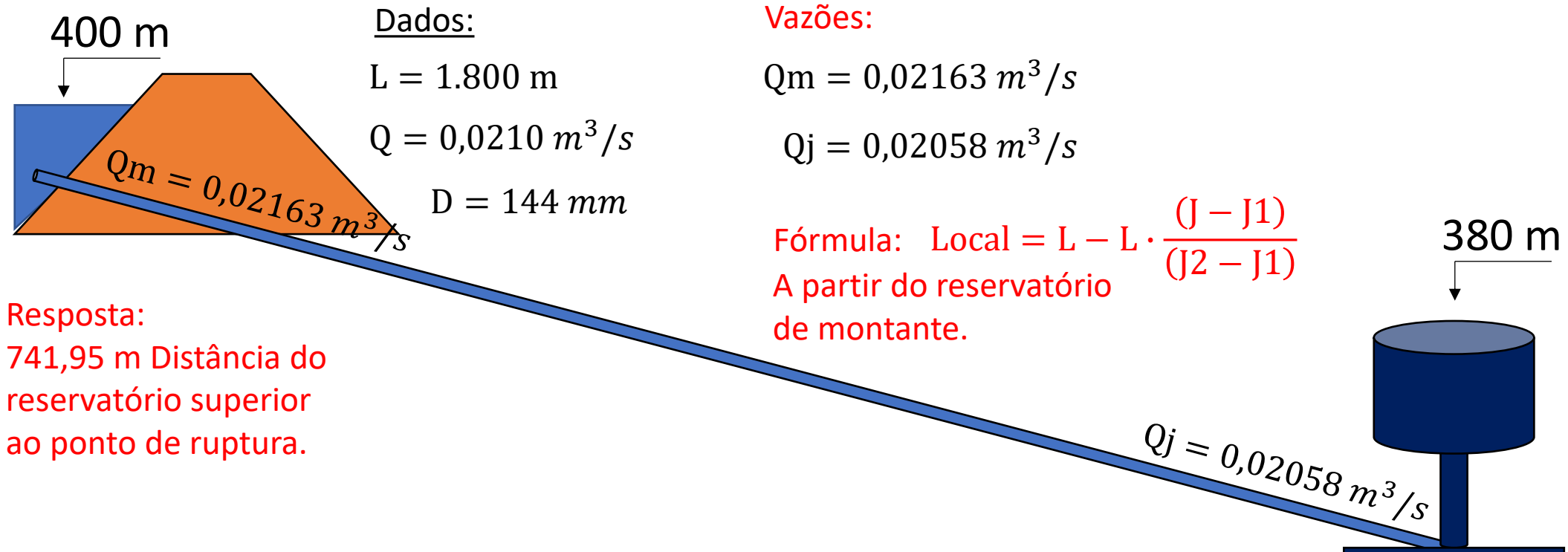
Exercício 2. Determine, para questão anterior, comprimentos de trechos com tubulação de 200 e 100 mm PN 40 mca para substituir a tubulação de 150 mm. Adotar eq. Hazen-Williams com $C = 140$.



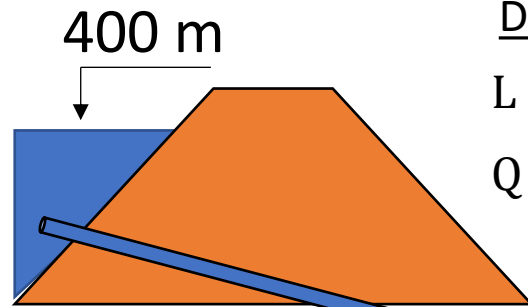
Exercício 3. E se fossem tubulações de 200 e 125 mm PN 40 mca para substituir a tubulação de 150 mm?



Exercício 4. Encontre o local de um vazamento que gerou acréscimo de 3% na vazão de montante e decréscimo de 2% na vazão de jusante. $C = 140$; $D = 144 \text{ mm}$ para DN 150 mm PN 40 mca.



Exercício 5. Qual será a vazão de montante se ocorrer vazamento a 1.200 m do reservatório e decréscimo de 1% na vazão de jusante?
 $C = 140$; $D = 144$ mm para DN 150 mm PN 40 mca.



Dados:

$$L = 1.800 \text{ m}$$

$$Q = 0,0210 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$D = 144 \text{ mm}$$

Vazões:

$$Q_m = ?$$

$$Q_j = 0,02079 \text{ m}^3/\text{s}$$

Fórmula:

$$Q_m = \sqrt[1,852]{\frac{\Delta H \cdot C^{1,852} \cdot D^{4,87}}{(10,67 \cdot L)}}$$

Resposta:

0,02113 m^3/s Vazão
no 1º trecho após
vazamento.

Fim

